Bachillerato General Unificado

FÍSICA

2.º Curso

TEXTO DEL ESTUDIANTE

DISTRIBUCIÓN GRATUITA
PROHIBIDA SU VENTA

MINISTERIO
DE EDUCACIÓN

Toda una Vida

EL GOBIERNO
DE TODOS

6 Movimiento armónico simple

CONTENIDOS:

http://goo.gl/k1xyzD

Película

En la colección de documentales de El Universo Mecánico, podrás aprender sobre el movimiento armónico simple visualizando el capítulo 16 (Movimiento armónico). Lo puedes encontrar en el siguiente enlace: http://goo.gl/LpoQDy

Web

Utiliza la simulación de la página web http://goo.gl/nGVJS3 para ver cómo depende el período de un péndulo de su longitud.

EN CONTEXTO

a. Seguro que sabes en qué consiste un péndulo.

- Individualmente, escribe tres cosas que sepas sobre los péndulos, dos preguntas que te plantees sobre ellos y una analogía que te sugieran.
- Ahora, trabaja con la simulación presentada en el apartado web, variando los parámetros del sistema físico.
- A la luz de lo que has practicado, vuelve a escribir tres cosas, dos preguntas y una analogía.
- Por parejas, compartan el pensamiento inicial y el nuevo, razonando cómo y por qué ha cambiado.

b. Responde:

- ¿Cuándo crees que un péndulo oscilará con mayor rapidez?
- ¿De qué depende que un péndulo tarde más o menos tiempo en ir y volver al mismo punto?
- ¿Cómo varía su comportamiento cuando el desplazamiento angular del péndulo es grande?

c. Hacia el final del capítulo 16 de El Universo Mecánico, se nombran distintos sistemas donde está presente el movimiento armónico simple MAS (muelles con masas, péndulos, tubos de órgano, circuitos eléctricos, átomos). ¿Qué aplicaciones tiene el MAS en la vida cotidiana?

- Elaboren una lista con las posibles aplicaciones.
- Busquen en Internet, al menos, tres aplicaciones de este tipo de movimiento y resumidlas brevemente.

1. MOVIMIENTO VIBRATORIO ARMÓNICO SIMPLE

Y TAMBIÉN: ¿?

En el MCU, el período es el tiempo que emplea un móvil en dar una vuelta completa a la circunferencia.
En una onda, el período es el tiempo que invierte un punto en efectuar una vibración completa.

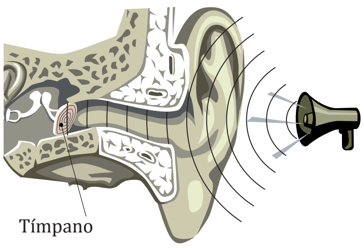


Fig. 1.

- El tímpano se mueve con movimiento vibratorio u oscilatorio al llegar a él una onda sonora.

TIC

Observa, en el siguiente enlace, cómo vibra el tímpano en nuestro oído a causa de las ondas sonoras:

Visita:

http://goo.gl/m9l0re

¿Qué tienen en común el movimiento de un péndulo y el de la Luna en torno a la Tierra? ¿O los latidos del corazón y las vibraciones de los átomos en los sólidos?

Aunque son fenómenos muy distintos entre sí, en todos ellos las magnitudes del movimiento (posición, velocidad, aceleración y componentes de la aceleración) se repiten cada cierto tiempo (el período). Son **movimientos periódicos**:

> Un movimiento periódico es aquel que se repite a intervalos iguales de tiempo; es decir, todas las magnitudes del movimiento toman el mismo valor cada cierto tiempo.

Hay algunos movimientos periódicos en los que el cuerpo en movimiento realiza un recorrido definido de ida y vuelta en torno a una posición de equilibrio. Es el caso, por ejemplo, de una masa unida a una cuerda inicialmente en posición vertical, al separarla de esta posición y dejarla mover libremente.

> Un movimiento oscilatorio o vibratorio es un movimiento periódico que tiene lugar hacia un lado y hacia otro de la posición de equilibrio del móvil.

A partir de estas definiciones, comprendemos por qué los movimientos oscilatorios se usan en los relojes, desde hace muchísimos años, para la medida del tiempo.

De hecho, el término **oscilatorio** se refiere a cualquier magnitud con una variación periódica entre un valor máximo y mínimo (por ejemplo, la oscilación de los campos eléctrico y magnético en una onda electromagnética). Por su parte, la palabra **vibratorio** generalmente se refiere a una oscilación mecánica, es decir, la de un cuerpo o la producida en un medio elástico. En esta unidad, consideraremos ambos términos como sinónimos.

Los movimientos vibratorios son muy comunes en la naturaleza: el tímpano y los cristales vibran con el sonido, los átomos de una red cristalina vibran, un puente puede oscilar debido al viento, las cuerdas vocales vibran... Todo movimiento vibratorio u oscilatorio se caracteriza por los siguientes aspectos:

- Una **oscilación** o vibración completa es el movimiento realizado durante un **período**, es decir, el movimiento de ida y vuelta respecto de la posición inicial.
- En ausencia de rozamiento, el movimiento oscilatorio o vibratorio se repetiría indefinidamente, ya que no habría pérdida de energía mecánica.
- El **período** del movimiento **no depende de la amplitud** de las oscilaciones.

Un tipo especialmente importante de movimiento oscilatorio o vibratorio son los movimientos vibratorios armónicos simples o movimientos armónicos simples (MAS). Son movimientos típicos de cuerpos elásticos originados por fuerzas restauradoras o recuperadoras, como la fuerza elástica en el caso de un muelle.

2. CINEMÁTICA DEL MAS

Consideremos una masa sobre una superficie horizontal sin rozamiento unida a un muelle. Si la separamos una distancia A de su posición de equilibrio $(x = 0)$, entonces comenzará a oscilar libremente a un lado y a otro de dicha posición, describiendo un movimiento vibratorio armónico simple.

2.1. Ecuación de la posición

Fijémonos en que, en la masa unida al muelle, su movimiento se repite periódicamente. Es decir, cada cierto tiempo (período) la masa vuelve a pasar por el mismo punto, con la misma velocidad $\vec{v}$ y la misma aceleración $\vec{a}$.

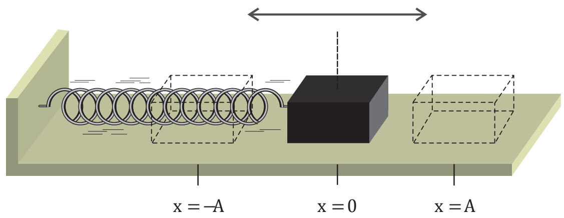


Fig. 2.

Masa unida a un muelle realizando un MAS

Podemos, por tanto, describir su movimiento utilizando una función matemática armónica o periódica. En general, la ecuación de la posición o del movimiento de cualquier cuerpo que describe un MAS es la siguiente:

Veamos el significado físico de los distintos parámetros que aparecen en ella:

- x es la **elongación**, es decir, la **posición** en cada instante de tiempo de la **partícula** que vibra u oscila con respecto al punto de equilibrio. En el SI se expresa en metros.
- A es la **amplitud** o **elongación máxima** con respecto a la posición de equilibrio de la partícula que vibra u oscila. En el SI se mide en metros.
- El ángulo $(wt + j)$ se denomina **fase**. Es el parámetro que determina el estado de vibración del cuerpo, pues nos permite calcular la elongación en cualquier instante de tiempo t. En el SI se mide en radianes.
- j es la **fase inicial** o **constante de fase**. Indica el estado de vibración del cuerpo al comenzar la medida del tiempo $(t = 0)$. Por ello, se dice que su valor depende de la posición inicial de la partícula. En el SI se mide en radianes.
- ω es la **frecuencia angular** o **pulsación**. Su valor es mayor cuanto mayor es la rapidez con que vibra el cuerpo. En el SI se mide en $rad \cdot s^{-1}$. Se relaciona con el período, T, según:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

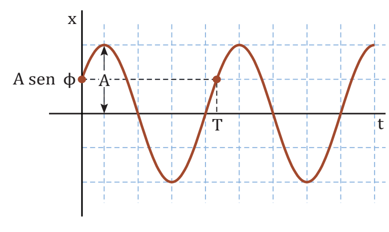


Fig. 3.

Representación gráfica de la elongación en función del tiempo de una partícula con MAS.

- Recordemos que el **período**, T, es el tiempo que el móvil o cuerpo tarda en volver a pasar por la misma posición, moviéndose en el mismo sentido. Es decir, es el tiempo que tarda en describir una oscilación completa. En el SI se mide en segundos.
- La **frecuencia**, f, se define como el número de oscilaciones realizadas en un segundo. Su unidad en el SI es el hertzio (Hz) y se relaciona con el período por:

$$f = \frac{1}{T}$$

Para un MAS concreto, los valores de A, ω y φ son constantes del movimiento. De estos valores, los parámetros que pueden variar de un movimiento a otro para el mismo oscilador son la amplitud y la fase inicial. Es decir, ω es una propiedad característica del oscilador.

2.2. Ecuación de la velocidad

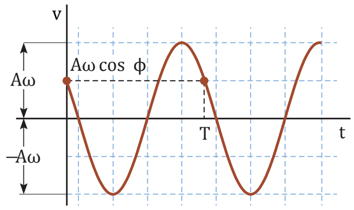


Fig. 4

- Representación gráfica de la velocidad en función del tiempo de una partícula con MAS

En la unidad 1, vimos que la velocidad instantánea de un cuerpo se define como el límite del cociente entre el vector desplazamiento y el incremento de tiempo cuando $\Delta t \rightarrow 0$. Esta operación recibe el nombre de *derivada*.

Por tanto, para determinar la velocidad en cualquier instante de una partícula que describe un MAS, debemos derivar la ecuación de la posición con respecto al tiempo:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = A\,\omega \cos(\omega\, t + \phi)$$

La **ecuación de la velocidad** obtenida también depende periódicamente del tiempo. En la figura del margen está su representación gráfica.

En todo movimiento la velocidad es tangente a la trayectoria. Así pues, en el MAS la dirección de la velocidad es la de la recta en la que tiene lugar el movimiento y su sentido es el mismo que el de este.

Utilizando la ecuación fundamental de la trigonometría, podemos expresar la velocidad en función de la elongación y analizar la dependencia espacial de v:

$$v = A\,\omega \cos(\omega t + \phi) = \pm A\,\omega\sqrt{1 - \text{sen}^2(\omega t + \phi)} =$$
$$= \pm\omega\sqrt{A^2 - A^2\,\text{sen}^2\,(\omega t + \phi)};$$

De la ecuación que relaciona la velocidad y la elongación, deducimos:

- Los dos signos indican los **dos posibles sentidos del movimiento** ($v > 0$ si el cuerpo se mueve hacia los valores positivos del eje X y $v < 0$ si se mueve hacia los valores negativos).
- El **valor máximo** del módulo de la velocidad se corresponde con los valores $v = \pm w\,A$, alcanzados en la posición de equilibrio $(x = 0)$.
- La velocidad se **anula en los extremos** del movimiento ($x = A$; $x = -A$). Se invierte el sentido del movimiento pasando la velocidad de positiva a negativa, y viceversa.

Ejemplo 1

La ecuación del movimiento de una partícula viene dada en el SI por la expresión $x = 10^{-2}$ sen $(\pi t + \pi/4)$. **Calcula** el período de vibración y el valor máximo de la velocidad.

COMPRENSIÓN. La partícula se mueve con MAS, pues su ecuación del movimiento es una función armónica sinusoidal. Por comparación con la ecuación de la posición, $x = A$ sen $(\omega t + \varphi)$, determinamos los valores de las constantes del movimiento.

DATOS. $x = 10^{-2}$ sen $(\pi t + \pi/4)$; $A = 10^{-2}$ m;
$\omega = \pi$ rad · s^{-1}; $\varphi = \pi/4$ rad

RESOLUCIÓN. Calculamos el período de oscilación a partir de la frecuencia angular:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}; \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi\,\cancel{rad}}{\pi\,\cancel{rad}\cdot s^{-1}} = 2\ s$$

Este resultado nos indica que la partícula tarda 2 s en describir una oscilación completa, esto es, en describir un movimiento completo de ida y vuelta respecto a su posición inicial.

La velocidad de la partícula se calcula derivando la ecuación del movimiento con respecto del tiempo:

$$v = \frac{dx}{dt} = \pi \cdot 10^{-2}\ \cos(\pi t + \pi/4)$$

El módulo de la velocidad es máximo cuando:

$$v = \pm 10^{-2}\ \pi\ m \cdot s^{-1}$$

Los dos signos nos indican que la partícula alcanza en dos ocasiones el valor máximo del módulo de su velocidad al pasar por su posición de equilibrio, correspondientes a los dos posibles sentidos de su movimiento.

COMPROBACIÓN. El reducido valor de la velocidad máxima se debe a que la amplitud del movimiento es muy pequeña y a que el tiempo que tarda la partícula en describir una oscilación completa es grande en relación con dicha amplitud.

2.3. Ecuación de la aceleración

La aceleración instantánea de un cuerpo se define como el límite del cociente entre el vector velocidad (instantánea) y el incremento de tiempo cuando $\Delta t \to 0$. De nuevo, se trata de calcular la derivada.

Por tanto, para determinar, en cualquier instante, la aceleración de una partícula que se mueve según un MAS, derivamos la ecuación de la velocidad con respecto al tiempo:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = -A\,\omega^2 \text{ sen } (\omega t + \phi); \qquad a = -\omega^2 x$$

En la expresión anterior, constatamos:

- La **aceleración** de un cuerpo que se mueve con MAS **depende periódicamente del tiempo**, es decir, su valor se repite cada cierto tiempo.
- La aceleración es proporcional a la elongación y de sentido contrario a ella. Esta es una de las principales características de todo oscilador armónico, y nos indica que la **aceleración** está siempre **dirigida** hacia la **posición de equilibrio** (o centro de la vibración).
    - La aceleración es positiva cuando el cuerpo tiene una elongación negativa; es decir, cuando el cuerpo se dirige desde la posición de equilibrio hacia el extremo $x = -A$ y cuando desde este extremo se dirige hacia la posición de equilibrio, puesto que la velocidad aumenta.
    - La aceleración es negativa cuando el cuerpo se aleja desde la posición de equilibrio hacia el extremo $x = +A$ y cuando desde este extremo regresa a la posición de equilibrio, pues la velocidad disminuye en este tramo de la trayectoria.
- El **valor máximo** del módulo de la aceleración se corresponde con los valores $a = \pm\omega^2 A$, que se alcanzan en los extremos de la trayectoria. La **aceleración** es **nula** en la **posición de equilibrio**.

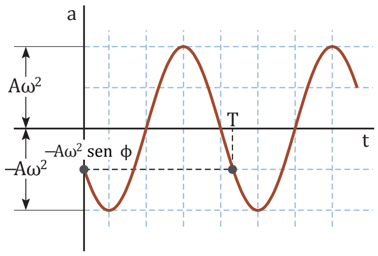


Fig. 5

Representación gráfica de la aceleración de una partícula con MAS en función del tiempo

Y TAMBIÉN: ¿?

Para determinar el signo de la aceleración, hay que tener en cuenta el signo de la velocidad: si esta es negativa y su valor absoluto disminuye, entonces la velocidad aumenta (con lo que la aceleración es positiva).

Ejemplo 2

Un cuerpo unido a un muelle horizontal realiza un MAS de manera que su aceleración máxima es $5\pi^2$ cm · s^{-2}, el período de las oscilaciones es de 2 s y la elongación del cuerpo al iniciarse el movimiento es de 2,5 cm. **Escribe** su ecuación del movimiento.

COMPRENSIÓN. Para determinar la ecuación del movimiento del móvil, necesitamos conocer sus constantes características, es decir, A, ω y φ.

DATOS. $a_{máx} = 0{,}05\pi^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $T = 2$ s; $x\,(t = 0) = 0{,}025$ m

RESOLUCIÓN. Determinamos la frecuencia angular a partir del período de vibración:

$$a_{máx} = \omega^2\ A; \qquad A = \frac{a_{máx}}{\omega^2} = \frac{0{,}05\ \pi^2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}{\pi^2\ \text{rad}^2 \cdot \text{s}^{-2}} = 0{,}05 \text{ m}$$

Determinamos la amplitud a partir de la aceleración máxima y de la frecuencia angular:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\cancel{2}\,\pi \text{ rad}}{\cancel{2}\text{ s}} = \pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Para calcular la fase inicial o constante de fase, debemos partir de las condiciones iniciales. En el instante inicial $(t = 0)$, el cuerpo se encuentra en la posición $x = 0{,}025$ m. Así pues, sustituyendo en la ecuación general del MAS, obtenemos:

$$x = A \text{ sen } (\omega t + \phi); \qquad 0{,}025 = 0{,}05 \text{ sen } \phi;$$

$$\text{sen } \phi = \frac{1}{2}; \qquad \phi = \frac{\pi}{6} \text{ rad}, \ \frac{5\pi}{6} \text{ rad}$$

Sustituyendo en la ecuación del movimiento los valores obtenidos, resultan dos posibles soluciones para la ecuación del movimiento. En unidades del SI:

$$x = 0{,}05 \text{ sen} \left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right), \quad x = 0{,}05 \text{ sen} \left(\pi t + \frac{5\pi}{6}\right)$$

Para saber cuál de las dos soluciones es la correcta, necesitaríamos conocer la otra condición inicial, que es la velocidad en $t = 0$.

COMPROBACIÓN. Si tomamos la ecuación del movimiento y sustituimos el valor $t = 0$, hemos de obtener el valor de la elongación inicial. Por otra parte, si derivamos dos veces la ecuación del movimiento respecto del tiempo, podremos llegar a obtener el valor de la aceleración máxima del enunciado.

Y TAMBIÉN: ¿?

La ecuación del MAS puede escribirse también utilizando la función coseno. Como ya sabes, ambas funciones están desfasadas $90°$ o $\pi/2$ radianes, lo cual equivale a comenzar a contar el tiempo en dos posiciones iniciales distintas. Ambas expresiones son, pues, equivalentes.
En tal caso, las expresiones de las magnitudes cinemáticas serían:

$x = A\,\text{sen}\,(\omega t + \varphi) =$
$= A\cos\,(\omega t + \varphi')$

$$v = -\omega A\,\text{sen}\,(\omega t + \varphi')$$
$$a = -\omega^2 A\cos\,(\omega t + \varphi')$$

con $\varphi' = \varphi - \pi/2$.

TEN EN CUENTA QUE:

Llamamos **desfase** a la diferencia de fase entre dos MAS de igual frecuencia. Dependiendo de su valor, puede suceder que los dos móviles se muevan:

- En **concordancia de fase** o al **unísono**, cuando el desfase entre ambos sea de $2\pi n$ rad, siendo $n = 0, 1, 2...$
- En **oposición de fase**, cuando el desfase entre ambos sea de $(2n + 1)\pi$ rad, siendo $n = 0, 1, 2...$

Observa que es importante utilizar correctamente la terminología científica para no provocar confusiones.

2.4. Relación entre posición, velocidad y aceleración

Para finalizar el estudio de la cinemática del MAS, vamos a comparar las tres magnitudes cinemáticas características que hemos estudiado: la elongación, la velocidad y la aceleración. Recordemos que sus ecuaciones respectivas son las siguientes:

$$x = A\,\text{sen}\,(\omega t + \varphi)$$
$$v = \omega A\cos\,(\omega t + \varphi)$$
$$a = -\omega^2 A\,\text{sen}\,(\omega t + \varphi)$$

En la siguiente figura se representan, en los mismos ejes de coordenadas, las tres magnitudes cinemáticas en función del tiempo. Por simplicidad, hemos considerado que la fase inicial es cero ($\varphi = 0$), lo cual supone que la partícula que vibra se encuentra en el instante inicial en la posición de equilibrio ($x = 0$).

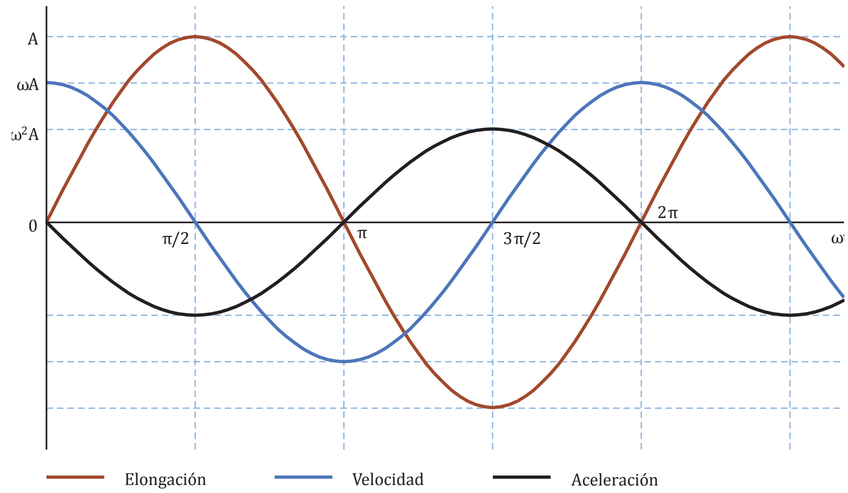


Fig. 6

De la observación de la gráfica, podemos extraer algunas conclusiones:

- La elongación y la velocidad están desfasadas un ángulo de $\pi/2$ rad. Ello supone que (en módulo) la velocidad es mínima (nula) cuando la elongación es máxima, y que la velocidad es máxima cuando la elongación es nula.
- La velocidad y la aceleración están también desfasadas $\pi/2$ rad. Podemos observar que (en módulo) la velocidad es máxima cuando la aceleración se anula, y que la velocidad se anula cuando la aceleración es máxima.
- La elongación y la aceleración están desfasadas por rad (se dice que estas magnitudes están en oposición de fase). Ello significa que los módulos de ambas magnitudes se anulan y toman sus valores máximos simultáneamente, siendo sus sentidos opuestos en todo momento.

A modo de resumen, podemos decir que, para cualquier oscilador armónico, se cumple lo siguiente:

- La elongación, la velocidad y la aceleración varían periódicamente en el tiempo, pero no están en fase.
- La aceleración es proporcional a la elongación, pero de sentido opuesto.
- La frecuencia (y, por tanto, el período) del movimiento es independiente de la amplitud. Se dice que el MAS es isócrono.

3. DINÁMICA DEL MAS

Consideremos de nuevo una masa unida a un muelle que oscila en un plano horizontal. Sabemos que el movimiento de la partícula está sometido a una aceleración siempre dirigida hacia la posición de equilibrio.

Por tanto, nos podemos preguntar sobre las características que debe tener la fuerza que se ejerce sobre esta masa para que se mueva con MAS.

Teniendo en cuenta la ecuación de la aceleración del MAS, $a = -\omega^2 x$, es lógico pensar en una fuerza con las siguientes características:

- Debe ser proporcional a la elongación x, es decir, su módulo debe aumentar al incrementar la distancia entre la partícula y su posición de equilibrio.
- Debe tener sentido contrario al de la elongación, de manera que siempre esté dirigida en sentido opuesto al desplazamiento de la partícula (dirigida, por tanto, hacia la posición de equilibrio $x = 0$).

Toda fuerza que cumple las dos características anteriores se denomina **fuerza restauradora** o **recuperadora** (lo es, por ejemplo, la fuerza elástica), y puede expresarse como $F = -k\,x$, donde k es la constante recuperadora, que se mide en $N \cdot m^{-1}$ en el SI.

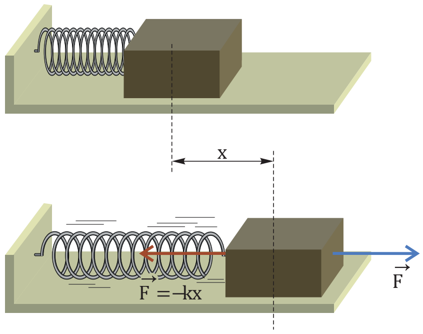


Fig. 7.

Fuerza restauradora o recuperadora ejercida por un muelle.

Y TAMBIÉN:

Según la ley de Hooke, para pequeñas deformaciones, la fuerza elástica ejercida por un cuerpo elástico es proporcional a su deformación y tiene sentido contrario al de la fuerza externa que la origina.

$$\vec{F}_{el} = -k\,\vec{x}$$

Un cuerpo sometido a la acción de una fuerza restauradora o recuperadora realiza un movimiento vibratorio armónico simple.

A partir de la segunda ley de Newton y de la expresión de la aceleración del MAS, podemos hallar la fuerza recuperadora que actúa sobre una partícula que oscila:

$$F = m\,a = -m\,\omega^2\,x$$

Como $F = -kx$, podemos determinar la **frecuencia angular** en función de la constante recuperadora k:

$$-k\,x = -m\,\omega^2 x; \qquad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

De esta expresión, se deduce que las oscilaciones serán más rápidas para valores elevados de k y masas pequeñas. El valor de la **frecuencia angular** y, por tanto, del período y de la frecuencia depende solo de las características del oscilador (k y m) y es **independiente de la amplitud** de la oscilación.

Ejemplo 3

Un punto material de $40\ g$ de masa realiza un movimiento armónico simple, en el extremo de un muelle, de período $0{,}32\ s$. Calcula el valor de la amplitud y la constante recuperadora del resorte sabiendo que el valor máximo de la fuerza responsable del movimiento es $10\ N$.

COMPRENSIÓN. La fuerza restauradora provoca que la partícula se mueva con MAS. Su valor máximo corresponde a la elongación máxima.

DATOS: $m = 0{,}040\ kg$; $T = 0{,}32\ s$; $F_{máx} = 10\ N$

RESOLUCIÓN. Determinamos la constante recuperadora:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}\ ;\ k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 0{,}040\ kg}{0{,}32^2\ s^2} = 15\ N \cdot m^{-1}$$

La amplitud del movimiento se calcula a partir del valor máximo de la fuerza restauradora:

$$F_{máx} = k\ A; \qquad A = \frac{F_{máx}}{k} = \frac{10\ \cancel{N}}{15\ \cancel{N} \cdot m^{-1}} = 0{,}67\ m$$

COMPROBACIÓN. Observa que los órdenes de magnitud obtenidos son razonables y las unidades son correctas.

4. ENERGÍA DEL MAS

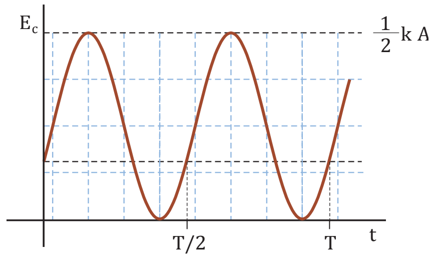


Fig. 8.

Representación gráfica de la energía cinética en función del tiempo de un MAS.

Seguramente, habrás notado un mayor dolor en el oído cuando percibes un sonido de elevada energía o intensidad. Cuando nuestro tímpano vibra con una energía mayor, nos provoca una sensación dolorosa.

4.1. Energía cinética

Como sabemos, la energía cinética, E_c, de una masa m que se mueve a una velocidad v es: $E_c = 1/2m\ v^2$. Por lo tanto, la **energía cinética** en función del tiempo de un **oscilador armónico** será:

$$E_c = \frac{1}{2} m\ v^2 = \frac{1}{2} m\ \omega^2 A^2 \cos^2 (\omega t + \phi) = \frac{1}{2} k\ A^2 \cos^2 (\omega t + \phi)$$

Como sabemos, la energía cinética es siempre **positiva**. En el caso del oscilador armónico, además, su valor **depende periódicamente** del tiempo.

Utilizando la ecuación fundamental de la trigonometría, podemos expresar la energía cinética en función de la elongación:

$$E_c = \frac{1}{2} m\ v^2 = \frac{1}{2} m\ \omega^2 A^2 \cos^2 (\omega t + \phi) = \frac{1}{2} k\ A^2 \cos^2 (\omega t + \phi)$$

- La energía cinética toma su **valor máximo** en la **posición de equilibrio** (cuando pasa por él lo hace a la máxima velocidad).

$$E_{c\ máx} = \frac{1}{2} k\ A^2 = \frac{1}{2} m\ \omega^2 A^2$$

- La energía cinética es **nula en los extremos**, como corresponde a puntos en los que la partícula o cuerpo que vibra se detiene un instante e invierte el sentido de su movimiento.
- Como todo tipo de energía, se mide en julios (J) en el SI.

Ejemplo 4

Una caja sorpresa contiene la figura de un payaso de 0,20 kg, unida al extremo de un resorte. Al abrirla, el payaso efectúa oscilaciones armónicas de 0,10π s de período y su energía cinética máxima es de 0,5 J. Escribe la ecuación de movimiento de la figura y determina la constante elástica del resorte, si empezamos a contar el tiempo cuando el muelle no se encuentra deformado.

COMPRENSIÓN. La energía cinética máxima del objeto se alcanza en el centro (cuando el muelle esta rígido), y su valor depende de la constante elástica del resorte y de la amplitud.

DATOS: $m = 0{,}20$ kg; $T = 0{,}10\pi$ s; $E_{c\ máx} = 0{,}5$ J

RESOLUCIÓN. En primer lugar, calculamos la frecuencia angular del objeto a partir del período de vibración:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\cancel{\pi}\ \text{rad}}{0{,}10\cancel{\pi}\ \text{s}} = 20\ \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Hallamos ahora la constante elástica del resorte a partir de la frecuencia angular y de la masa del objeto:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}};\quad k = m\ \omega^2 = 0{,}20\ \text{kg} \cdot 20^2\ \text{rad}^2 \cdot \text{s}^{-2} = 80\ \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$$

Para determinar la ecuación del movimiento del cuerpo, necesitamos conocer sus constantes del movimiento (A, ω y φ).

Calculamos la amplitud utilizando el valor de la energía cinética máxima:

$$E_{c\ máx} = \frac{1}{2} k\ A^2;\ A = \sqrt{\frac{2E_{c\ máx}}{k}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}5\ \text{J}}{80\ \text{N} \cdot \text{m}^{-1}}} = 0{,}1\ \text{m}$$

Hallamos la fase inicial a partir de las condiciones iniciales. Como en t = 0, el cuerpo está en la posición de equilibrio (muelle no deformado):

$$x = A\ \text{sen}(\omega t + \varphi);\ 0 = A\ \text{sen}\ \varphi;\ \varphi = 0, \pi$$

Finalmente, si sustituimos los valores de las constantes del movimiento, resultan estas dos posibles ecuaciones del movimiento (en unidades del SI):

$$x = 0{,}1\ \text{sen}\ 20t,\ x = 0{,}1\ \text{sen}\ (20t + p)$$

Para saber cuál de las dos ecuaciones es correcta, se necesita conocer el valor de la velocidad en algún instante de tiempo.

4.2. Energía potencial

Hemos visto que, cuando sobre un cuerpo actúa una fuerza restauradora o recuperadora, este describe un movimiento vibratorio armónico simple. Las fuerzas restauradoras o recuperadoras son conservativas, por lo que se puede definir una energía potencial asociada a dicha fuerza que depende únicamente de la posición (o elongación) del cuerpo.

En el caso de una fuerza recuperadora que sigue la ley de Hooke, vimos en la unidad anterior que la energía potencial elástica, Ep, depende de la constante recuperadora y de la elongación según:

$$E_p = \frac{1}{2} k\, x^2 = \frac{1}{2} m\, \omega^2 x^2$$

- El **valor máximo** de la energía potencial es $E_{p\ máx} = \frac{1}{2} k\, A^2$ y se alcanza en los **extremos** del recorrido.
- La energía potencial es **nula** en la **posición de equilibrio** $(x = 0)$.

A partir de la ecuación del MAS, podemos expresar la energía potencial en función del tiempo:

$$E_p = \frac{1}{2} k\, A^2\, \text{sen}^2\, (\omega t + \phi) = \frac{1}{2} m\, \omega^2 A^2 \text{sen}^2\, (\omega t + \phi)$$

Fijémonos en que la energía potencial en el MAS es siempre positiva o nula, y que depende periódicamente del tiempo.

En la siguiente gráfica se han representado las energías cinética y potencial en función del tiempo a lo largo de un período completo de oscilación, considerando que la partícula comienza su movimiento desde uno de los extremos, $x\ (t = 0) = A$:

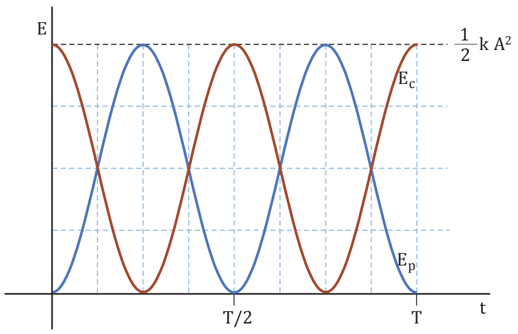


Fig. 9.

- La energía cinética aumenta conforme la partícula se acerca a la posición de equilibrio, donde alcanza su valor máximo y disminuye a medida que se aproxima al otro extremo hasta hacerse cero. En el recorrido de vuelta (media oscilación restante), sucede lo mismo.
- La energía potencial disminuye conforme la partícula se acerca a la posición de equilibrio, donde se anula, y aumenta a medida que se aproxima al otro extremo hasta alcanzar su valor máximo. En el recorrido de vuelta, sucederá exactamente lo mismo.
- Cuando la energía cinética es máxima, la potencial se anula, y viceversa.
- Existen instantes de tiempo para los cuales las energías cinética y potencial adquieren el mismo valor. Como veremos en el subapartado siguiente, ambas energías son iguales en cuatro instantes en cada oscilación, dos a cada uno de los lados de la posición de equilibrio.

Y TAMBIÉN: ¿?

- La energía potencial se mide en julios en el Sistema Internacional.
- El valor máximo de la energía potencial coincide con el de la energía cinética, aunque en puntos distintos de la trayectoria.

Y TAMBIÉN: ¿?

Una fuerza es conservativa cuando el trabajo que realiza sobre un cuerpo no depende de la trayectoria seguida, sino únicamente de las posiciones inicial y final del cuerpo. La fuerza elástica es conservativa.

http://goo.gl/18bl3I

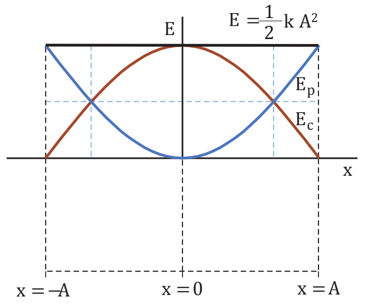


Fig. 10.

- Dependencia de las energías cinética y potencial de un MAS con la elongación.

Y TAMBIÉN: ¿?

En los fenómenos cotidianos, el rozamiento siempre está presente.
Cuando un objeto vibra, su energía mecánica se disipa en forma de calor debido al rozamiento. Entonces, la amplitud de su movimiento vibratorio armónico simple disminuye (exponencialmente) con el tiempo, provocando que acabe por detenerse. A este fenómeno se le denomina **amortiguamiento**.

4.3. Energía mecánica: conservación

La energía mecánica de un oscilador armónico, Em, es la suma de sus energías cinética y potencial:

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} k\,(A^2 - x^2) + \frac{1}{2} k\,x^2 = \frac{1}{2} k\,A^2 = \frac{1}{2} m\,\omega^2\,A^2 = \text{cte}$$

En ausencia de fuerzas no conservativas (como el rozamiento), la energía mecánica de un oscilador permanece constante.

En la gráfica del margen podemos observar cómo dependen de la elongación las energías cinética y potencial, y cómo la suma de ambas permanece constante.

- La energía mecánica no depende de la elongación, sino solamente de las características del oscilador (k) y de la amplitud (A).
- Salvo en los extremos y en la posición de equilibrio, en los que la energía mecánica es, respectivamente, solo potencial y únicamente cinética, en los restantes puntos la energía mecánica del oscilador es la suma de ambas energías, transformándose una en otra a lo largo del movimiento.
- Existen dos puntos, a ambos lados de la posición de equilibrio, para los cuales coinciden los valores de ambas energías:

$$E_c = E_p; \quad \frac{1}{2} k\,(A^2 - x^2) = \frac{1}{2} k\,x^2; \quad x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$$

La partícula pasa, en cada oscilación, dos veces por cada punto; de ahí los cuatro instantes en que los valores de ambas energías coinciden.

Ejemplo 5

Una partícula de $0{,}20$ kg describe un MAS sin rozamiento a lo largo del eje X, de frecuencia 20 Hz. En el instante inicial pasa por el origen, moviéndose hacia el sentido positivo de las X. En otro instante de la oscilación, la energía cinética es de $0{,}20$ J y la energía potencial es de $0{,}60$ J. Escribe la ecuación del movimiento de la partícula.

COMPRENSIÓN. Para determinar la ecuación del movimiento de la partícula, necesitamos averiguar los valores de las constantes del movimiento (A, ω y φ).

DATOS. $m = 0{,}20$ kg; $f = 20$ Hz; $E_c = 0{,}20$ J; $E_p = 0{,}60$ J

RESOLUCIÓN. En primer lugar, hallamos la pulsación a partir de la frecuencia:

$$\omega = 2\pi f = 40\pi \text{ rad}\cdot \text{s}^{-1}$$

A continuación, calculamos la amplitud a partir de la energía mecánica y de la pulsación:

$$E_m = \frac{1}{2} m\,\omega^2 A^2; \quad A = \sqrt{\frac{2E_m}{m\,\omega^2}}$$

$$A = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}80 \text{ J}}{0{,}20 \text{ kg} \cdot 40^2 \pi^2 \text{ rad}^2 \cdot \text{s}^{-2}}} = 0{,}023 \text{ m} = 2{,}3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Finalmente, hallamos la constante de fase a partir de las condiciones iniciales. Si en el instante inicial la partícula pasa por el origen:

$$x = A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi); \quad 0 = A \operatorname{sen}\varphi; \quad \varphi = 0$$

Nos quedamos con esta solución (y no con $\varphi = \pi$) porque la velocidad inicial es positiva.
Así pues, la ecuación del movimiento será, en unidades del SI:

$$x = 2{,}3 \cdot 10^{-2} \operatorname{sen}(40\pi t)$$

5. EJEMPLOS DE OSCILADORES ARMÓNICOS

En la naturaleza, hay multitud de osciladores armónicos: vibraciones en cuerdas y tubos de instrumentos musicales, oscilaciones en condensadores que generan ondas electromagnéticas, el aleteo de las alas de un insecto, la corriente eléctrica alterna que circula por un conductor... En este apartado, estudiaremos únicamente dos de los casos más sencillos.

5.1. Masa unida a un resorte vertical

Cuando colgamos una masa m del extremo de un resorte o muelle colocado verticalmente, este se alarga desde $x' = 0$ hasta una nueva posición de equilibrio ($x' = x_0 < 0$). En esta nueva posición de equilibrio, la fuerza recuperadora y el peso tienen el mismo módulo pero sentido contrario, $m\,g = -k\,x_0$.

Si desde $x' = x_0$ continuamos estirando el muelle una longitud x, la fuerza recuperadora será mayor que el peso, de modo que si soltamos la masa esta comenzará a moverse con una cierta aceleración, oscilando con respecto a la nueva posición de equilibrio.

Aplicando la segunda ley de Newton y teniendo en cuenta que $m\,g = -k\,x_0$, resulta:

$$F_{res} = -k(x + x_0) - mg = -kx - kx_0 - m\,g = -kx - kx_0 + kx_0 = -k\,x$$

Por tanto, la fuerza resultante es una fuerza restauradora y la masa se comportará como un oscilador armónico, tomando como origen de coordenadas la nueva posición de equilibrio. Además, la constante k y la frecuencia angular no varían.

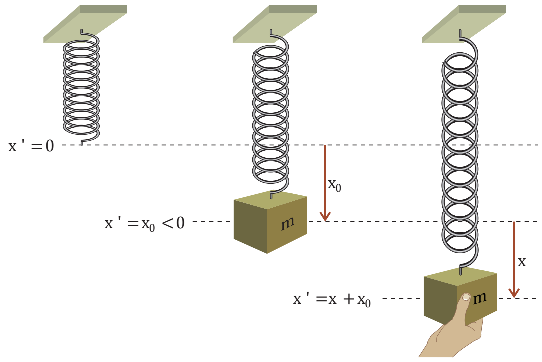


Fig. 11.

Ejemplo 6

Un bloque de $0{,}50\ kg$ cuelga del extremo inferior de un resorte de constante elástica $72\ N \cdot m^{-1}$. Al desplazar el bloque verticalmente hacia abajo respecto de su posición de equilibrio, comienza a oscilar pasando por el punto de equilibrio con una velocidad de $6{,}0\ m \cdot s^{-1}$. Determina la amplitud y la frecuencia de oscilación.

COMPRENSIÓN. Una masa unida a un resorte vertical oscilará armónicamente respecto a la posición de equilibrio del sistema masa-resorte y su constante recuperadora es la del muelle. Así, la frecuencia angular se calcula de igual manera que si la disposición del muelle fuera horizontal.

DATOS. $m = 0{,}50\ kg$; $k = 72\ N \cdot m^{-1}$; $v_{máx} = 6{,}0\ m \cdot s^{-1}$

RESOLUCIÓN. Calculamos la frecuencia de oscilación a partir de la masa del bloque y de la constante elástica del muelle:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{72\ N \cdot m^{-1}}{0{,}50\ kg}} = 12\ rad \cdot s^{-1}$$

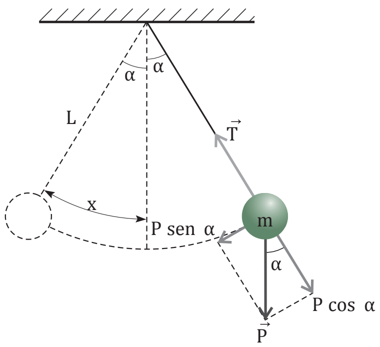
$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{12\ \cancel{rad} \cdot s^{-1}}{2\pi\ \cancel{rad}} = \frac{6{,}0}{\pi} Hz$$

Para hallar la amplitud, tenemos en cuenta que la velocidad en el punto de equilibrio, o velocidad máxima, es de $6{,}0\ m \cdot s^{-1}$:

$$v_{máx} = \omega\,A; \qquad A = \frac{v_{máx}}{\omega} = \frac{6{,}0\ m \cdot s^{-1}}{12\ rad \cdot s^{-1}} = 0{,}50\ m$$

COMPROBACIÓN. Puedes llegar al mismo resultado si resuelves el ejercicio mediante consideraciones energéticas.

5.2. Péndulo simple



■ Fig. 12.

- Movimiento armónico simple de un péndulo. La fuerza recuperadora que provoca el MAS es una de las componentes del peso.

Y TAMBIÉN: ¿?

Para que el movimiento de un péndulo simple pueda considerarse un MAS, la longitud del hilo debe ser suficientemente larga (al menos, de $1\ \mathrm{m}$) y el ángulo debe ser muy pequeño, inferior a unos $10°$. De este modo, el error cometido al aproximar el $\operatorname{sen}\alpha$ por α es inferior al $1\ \%$ y podemos considerar el arco de circunferencia x como rectilíneo.

Al inicio de la unidad, entre los ejemplos de los movimientos oscilatorios, se mencionó el péndulo. Se trata de un mecanismo que se ha utilizado ampliamente para la medida del tiempo gracias a que en este tipo de movimiento el período no depende de la amplitud de las oscilaciones.

Un péndulo simple es un punto material de masa m que oscila, sin rozamiento, unido a un hilo inextensible de longitud L y de masa despreciable (en comparación con la del punto material).

Vamos a analizar el movimiento del péndulo simple. Si apartamos la partícula de su posición de equilibrio (posición vertical), volverá a ella por la tendencia de cualquier sistema físico al estado de mínima energía potencial. La partícula seguirá moviéndose por inercia y llegará a la misma altura desde la que partió, pues en ausencia de rozamiento la energía mecánica permanece constante.

Para determinar el período de oscilación, debemos tener en cuenta que la fuerza responsable de su movimiento oscilatorio es la componente del peso que se indica en la figura del margen:

$$F = -m\, g \operatorname{sen}\alpha = -m\, g \operatorname{sen}\frac{x}{L}$$

Por último, debemos tener en cuenta que para pequeñas oscilaciones, cuando el valor de α es muy pequeño, se cumple que $\operatorname{sen}\alpha \approx \alpha$:

$$F = -m\, g \operatorname{sen}\frac{x}{L} = -m\, g\frac{x}{L}$$

Por tanto, se trata de una fuerza restauradora y **el movimiento del péndulo simple es un MAS** con:

$$k = \frac{m\,g}{L}; \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{L}}; \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Actividades

1. Una de las principales aplicaciones del péndulo simple es la determinación experimental del valor de la gravedad en un determinado lugar. Te mostramos cómo hacerlo:
   - En pequeños grupos, **preparen** el montaje experimental de la figura.
   - **Midan** la longitud del péndulo (hasta el centro de gravedad de la masa) y anoten en una tabla como la que se muestra.
   - Con un cronómetro **determinen** el período. Para ello, **desplazen** la masa un ángulo pequeño y **midan** el tiempo que el péndulo tarda en efectuar 10 oscilaciones completas (así reducimos el error en la medida). **Anoten** este valor en la tabla. **Repitan** la medida cinco veces y **hallen** el valor medio del período.

Calculen el valor de la gravedad, $g = 4\pi^2 L / T^2$.

Longitud	Tiempos	Período $T = t/10$	Valor medio de T	g
$L =$	$t_1 = \ldots$ $t_2 = \ldots$ ... $t_5 = \ldots$	$T_1 = \ldots$ $T_2 = \ldots$ ... $T_5 = \ldots$	$T =$	$g=$

Hagan lo mismo para otros dos péndulos de distinta longitud. Ser rigurosos en la toma de medidas experimentales.
Hallen la media de los tres valores de la gravedad y comparadla con el valor aceptado de $9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.
Elaboren un informe de la práctica: enumera el material empleado, describe el proceso seguido, presenta los resultados y extrae tus conclusiones.

Problemas resueltos

A Velocidad del movimiento armónico simple

Una partícula se mueve con MAS de manera que su velocidad es de $3{,}0\ \text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ cuando su elongación es de $2{,}4\ \text{cm}$, y $2{,}0\ \text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ cuando su elongación es de $2{,}8\ \text{cm}$. **Determina** la amplitud y su frecuencia angular.

Solución

COMPRENSIÓN. Debemos determinar dos magnitudes características de un MAS a partir de dos pares de valores velocidad- elongación.

DATOS. $v_1 = 0{,}030\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $x_1 = 0{,}024\ \text{m}$; $v_2 = 0{,}020\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $x_2 = 0{,}028\ \text{cm}$. Incógnitas: A; w

RESOLUCIÓN. Sustituimos los **DATOS** del enunciado en la expresión que relaciona la velocidad del MAS con la elongación:

$$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

$$\omega\sqrt{A^2 - 0{,}024^2}\,; \qquad 0{,}020 = \omega\sqrt{A^2 - 0{,}028^2}$$

A continuación, resolvemos el sistema de ecuaciones resultante para hallar A y ω:

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}030 = \omega\sqrt{A^2 - 0{,}024^2} \\ 0{,}020 = \omega\sqrt{A^2 - 0{,}028^2} \end{array}\right\} \begin{array}{r} 9{,}0\cdot 10^{-4} = \omega^2\,(A^2 - 5{,}8\cdot 10^{-4}) \\ 4{,}0\cdot 10^{-4} = \omega^2\,(A^2 - 7{,}8\cdot 10^{-4}) \\ \hline 5{,}0\cdot 10^{-4} = 2{,}0\cdot 10^{-4}\omega^2 \end{array}$$

$$\omega^2 = \frac{5\cdot 10^{-4}}{2\cdot 10^{-4}} = 2{,}5; \qquad \omega = 1{,}6\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$9{,}0\cdot 10^{-4} = 1{,}6^2\,(A^2 - 5{,}8\cdot 10^{-4})$$

$$A^2 = 3{,}6\cdot 10^{-4} + 5{,}8\cdot 10^{-4} = 9{,}4\cdot 10^{-4}; \qquad A = 3{,}1\cdot 10^{-2}\ \text{m}$$

COMPROBACIÓN. Los resultados son correctos, como puede probarse sustituyéndolos en las ecuaciones anteriores.

1. Una máquina industrial está anclada al suelo mediante muelles, de manera que en funcionamiento vibra con un MAS de amplitud igual a $1\ \text{mm}$. Si pasa por su posición de equilibrio con una velocidad de $2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, determina el período y **escribe** la ecuación que indica cómo depende su velocidad del tiempo. **Considera** que la velocidad es nula en el instante inicial.

2. **Considera** un MAS de amplitud A. ¿A qué distancia de la posición de equilibrio su velocidad es igual a la mitad de su valor máximo?

B Ecuaciones del movimiento armónico simple

La aceleración de un MAS queda determinada por la expresión $a = -16\pi^2 x$, estando las distancias medidas en centímetros y el tiempo medido en segundos. Sabiendo que la elongación máxima es de $4\ \text{cm}$ y que se ha comenzado a contar el tiempo cuando la aceleración adquiere su valor máximo, **determina** la ecuación del movimiento y la velocidad y aceleración máximas.

Solución

COMPRENSIÓN. Para determinar la ecuación del movimiento, debemos hallar las constantes del movimiento, es decir, A, ω y φ.

DATOS. $A = 4\ \text{cm} = 0{,}04\ \text{m}$; $a = -16\pi^2\cdot\text{cm}\cdot\text{s}^{-2}$

RESOLUCIÓN. Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, tapa la respuesta y sigue los pasos de la resolución.

Pasos

- Calculamos, por comparación, la frecuencia angular a partir de la expresión de la aceleración.
- Hallamos la constante de fase a partir de las condiciones iniciales: en $t = 0 \rightarrow x = A$, ya que la aceleración es máxima.
- Sustituimos los valores de las constantes del MAS en la ecuación del movimiento.
- Hallamos $v_{máx}$ y $a_{máx}$ a partir de ω y de A

Respuesta

– $a = -\omega^2 x = -16\pi^2 x$; $\omega = 4\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$

– $x = A\ \text{sen}\,(\omega t + \varphi)$; $A = A\ \text{sen}\,\varphi$; $\varphi = \pi^2$

– $x = 4\ \text{sen}\,(4\pi t + \varphi)\ \text{cm} = 0{,}04\ \text{sen}\,(4\pi t + \varphi)\ \text{m}$

– Los valores máximos de los módulos de la velocidad y la aceleración se alcanzan cuando:

$$v = \pm\omega A = \pm 4\pi\cdot 0{,}04\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} = \pm 0{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$a = \pm\omega^2 A = \pm(4\pi)^2\cdot 0{,}04\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} = \pm 6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

3. La aceleración máxima de una partícula que describe un MAS es de $158\ \text{cm}\cdot\text{s}^{-2}$, la frecuencia de las vibraciones es de $4\ \text{Hz}$ y la elongación al cabo de $0{,}125\ \text{s}$ es de $0{,}125\ \text{cm}$. **Escribe** la ecuación de su movimiento.

C Dinámica del movimiento armónico simple

Un cuerpo de $3{,}0$ kg unido a un muelle horizontal oscila con una amplitud de 10 cm y una frecuencia de $2{,}0$ Hz. **Calcula** el período del movimiento, el valor máximo de la fuerza que causa el MAS, la velocidad máxima del cuerpo y su aceleración máxima.

Solución

COMPRENSIÓN. Se trata de una masa que oscila con MAS unida a un muelle horizontal.

DATOS. $m = 3{,}0$ kg; $A = 0{,}10$ m; $f = 2{,}0$ Hz

RESOLUCIÓN. Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, tapa la respuesta y sigue los pasos de la resolución.

Pasos

- Calculamos la frecuencia angular o pulsación y el período a partir de la frecuencia.
- Hallamos la constante recuperadora del muelle a partir de ω y m, con la que calcularemos el valor máximo de la fuerza.
- Calculamos la velocidad y la aceleración máximas a partir de su relación con la frecuencia angular y la amplitud.

Respuesta

- $\omega = 2\pi f = 2\pi \text{ rad} \cdot 2{,}0 \text{ s}^{-1} = 4{,}0\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2{,}0 \text{ s}^{-1}} = 0{,}50 \text{ s}$$

- $k = m\,\omega^2 = 3{,}0 \text{ kg} \cdot (4{,}0\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1})^2 = 4{,}7 \cdot 10^2 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$

  $F_{máx} = k\,A = 4{,}7 \cdot 10^2 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot 0{,}10 \text{ m} = 47 \text{ N}$

- Los valores máximos de los módulos de la velocidad y la aceleración se alcanzan cuando:

$v = \pm\omega\, A = \pm 4{,}0\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 0{,}10 \text{ m} = \pm 1{,}3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$a = \pm\omega^2 A = \pm(4{,}0\pi)^2 \text{ rad}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot 0{,}10 \text{ m} = \pm 16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

4. Una persona que pesa 780 N monta en un auto haciendo que los muelles de la suspensión cedan $2{,}50$ cm. Suponiendo que no existe amortiguamiento, ¿con qué frecuencia vibrará el auto con el pasajero sobre los muelles?

5. Sobre un plano horizontal liso se encuentra un bloque de $1{,}5$ kg de masa, sujeto al extremo libre de un resorte horizontal fijo por el otro extremo. Se le aplica una fuerza de 15 N, produciéndose un alargamiento de 10 cm y en esta posición se suelta el cuerpo, que inicia un MAS. **Escribe** la ecuación del movimiento del bloque.

D Energía mecánica del movimiento armónico simple

Un objeto de $1{,}5$ kg oscila con movimiento armónico simple unido a un muelle de constante elástica $500 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$. Su velocidad máxima es de $70 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$. **Calcula** su energía total y la amplitud de la oscilación.

Solución

COMPRENSIÓN. Nos piden la energía mecánica y la amplitud del movimiento de un objeto que oscila unido a un muelle.

DATOS. $m = 1{,}5$ kg; $k = 500 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$; $v_{máx} = 0{,}70 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

RESOLUCIÓN. Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, tapa la respuesta y sigue los pasos de la resolución.

Pasos

- Hallamos la frecuencia angular a partir de la constante elástica y de la masa del objeto.
- Calculamos la amplitud a partir de la velocidad máxima.
- Determinamos la energía mecánica a partir de la constante elástica y la amplitud.

Respuesta

- $$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{500 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}}{1{,}5 \text{ kg}}} = 18 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

- $$v_{máx} = \omega A; \quad A = \frac{v_{máx}}{\omega} = \frac{0{,}70 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{18 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}} = 0{,}039 \text{ m}$$

- $$E_m = \frac{1}{2} k\, A^2 = \frac{1}{2} \cdot 500 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot (0{,}039 \text{ m})^2 = 0{,}38 \text{ J}$$

6. Un objeto de $3{,}0$ kg oscila unido a un muelle con una amplitud de $8{,}0$ cm. Su aceleración máxima es de $3{,}50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. **Halla** su energía total.

7. Un bloque de 1 kg, apoyado sobre una mesa horizontal y unido a un resorte, realiza un movimiento armónico simple de $0{,}1$ m de amplitud. En el instante inicial, su energía cinética es máxima y su valor es de $0{,}5$ J. **Escribe** la ecuación de movimiento del bloque.

Ejercicios y problemas

1 Movimiento vibratorio armónico simple.

1. **Busca** en Internet, al menos, tres ejemplos de movimientos armónicos simples que no hayan aparecido en los contenidos de la unidad y descríbelos.
   — Valora cómo los principios que rigen el MAS son parte de una formación científica básica.

2. **Clasifica** los siguientes movimientos en periódicos o vibratorios:
   a. movimiento de un punto de la periferia de una rueda.
   b. traslación de la Tierra alrededor del Sol.
   c. pistón de una máquina.
   d. péndulo de un reloj.
   e. movimiento de una cuerda de guitarra tras pulsarla.

2 Cinemática del MAS

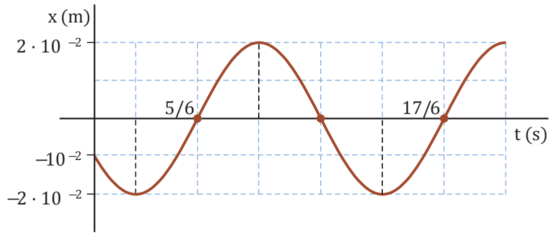
3. **Representa** gráficamente el movimiento armónico simple de una partícula dado por $x = 5\cos(10t + p/2)$ en unidades del SI y otro movimiento armónico en fase con el anterior que tenga una amplitud doble cuya frecuencia sea la mitad.

4. **Indica** si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones, razonando las respuestas:
   a. si la aceleración de una partícula es proporcional a su desplazamiento respecto de un punto y de sentido opuesto, el movimiento de la partícula es armónico simple.
   b. la elongación y la aceleración de una partícula que vibra con MAS se encuentran en fase.

5. Una partícula se mueve de acuerdo con la ecuación $x = 10^{-2}\,\text{sen}\,(8\pi t + \pi/6)$ en unidades del SI. **Determina** el tiempo que tarda en pasar por tercera vez por la posición de equilibrio.

6. Supongamos que el movimiento de la pata de un gato de la suerte japonés puede considerarse un MAS cuya ecuación de la velocidad es, en unidades del SI, $v = -1{,}2\,\text{sen}\,(3{,}0t + \pi/4)$. **Halla** la frecuencia y el período de su movimiento. ¿Cuál será su velocidad en $t = 0$? ¿Y al cabo de medio segundo?

7. La gráfica de la figura representa la posición en función del tiempo de una partícula que oscila con MAS en torno al origen. **Determina** las ecuaciones de la elongación, velocidad y aceleración en función del tiempo.



8. La aguja de una máquina de coser se desplaza verticalmente con un movimiento que puede considerarse un MAS. Si el desplazamiento vertical total de la aguja es de 8 mm y realiza 20 puntadas en 10 s:
   a. **Escribe** la ecuación del movimiento de la aguja, sabiendo que en el instante inicial se encuentra en uno de los extremos de su trayectoria.
   b. **Calcula** los valores máximos de la velocidad y aceleración de la aguja.

9. Un MAS viene dado por la ecuación $x = A\,\text{sen}\,(\omega t + \varphi)$, siendo las condiciones iniciales $x = x_0$ y $v = v_0$. **Determina** las constantes A y φ para una determinada pulsación ω.

3 Dinámica del MAS

10. Un imán de nevera consta de un muelle horizontal al que se ha sujetado la figurita de un elefante. En esta dirección horizontal, la figura efectúa un movimiento armónico simple. Razona cómo cambiarían las características del movimiento si sustituyéramos la figura del elefante por otra con el doble de masa.

11. En un MAS el sentido de la fuerza recuperadora apunta siempre hacia el punto de equilibrio. Su valor es:
    a. constante.
    b. sinusoidal, como la elongación.
    c. proporcional a la elongación.
    — Señala lo correcto.

ESTUDIO DEL PÉNDULO SIMPLE

Estudio de los parámetros de que depende la frecuencia angular en un péndulo simple.

MATERIALES:

- Hilo
- Esfera de acero
- Cinta métrica
- Cronómetro
- Soporte universal
- Varillas

http://goo.gl/8WkvRo

https://goo.gl/sC6thr

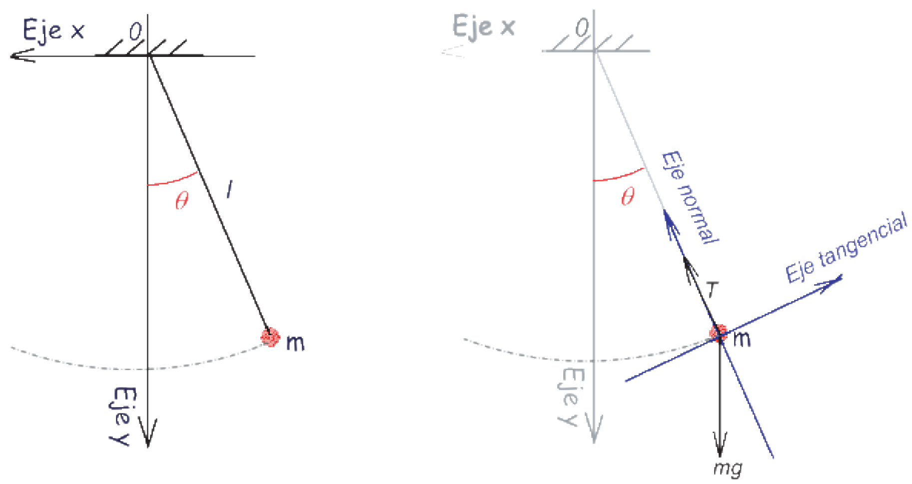
PROCESOS:

- Para diferentes longitudes del hilo realice las mediciones del tiempo que demora el péndulo en realizar n oscilaciones elegidas por usted.
- Construya una tabla y complétela con los valores anteriores.
- Con los datos del número de oscilaciones y del tiempo, determine el período de oscilación del péndulo y compárelo con el calculado por la fórmula:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

- Para una misma longitud del hilo y utilizando esferas de diferentes masas, mida el tiempo en que el péndulo realiza n oscilaciones y lleve los resultados a una tabla.
- Llegue a conclusiones relacionadas con los factores de que depende el período de oscilación de un péndulo.

http://goo.gl/lPGXg1



CUESTIONES:

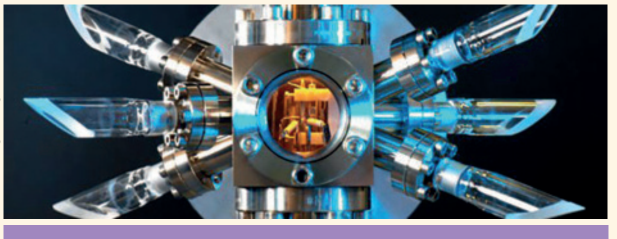
a. ¿Qué influencia tiene el ángulo desde el cual se libera el péndulo para que comience a oscilar?

b. ¿A qué conclusiones puede llegar sobre cómo depende el período de oscilación del péndulo de la longitud del hilo y de la masa.

DESARROLLOS TECNOLÓGICOS

¿En qué unidad se mide el tiempo? Los relojes atómicos

Todos sabemos que el segundo es la unidad de tiempo en el SI. La Conferencia General de Pesas y Medidas de 1967 estableció su definición de la siguiente manera: un segundo es la duración de 9 192 631 770 períodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado natural del átomo de cesio-133. Esta definición, un tanto extraña, se debe al hecho del fenómeno antes mencionado. Se trata de un fenómeno vibratorio cuya frecuencia es prácticamente inalterable.
Los relojes atómicos de cesio son, con diferencia, los relojes más precisos que se conocen. Su precisión es tan alta que cometen un error únicamente de un segundo cada 30 000 años. Sus aplicaciones son múltiples: mediciones exactas del tiempo, sistemas de posicionamiento GPS, telefonía móvil, etc.



http://goo.gl/OawNty

— **Investiga** cómo funciona un reloj atómico de cesio y **elabora** un pequeño informe.

NOTICIAS

Un paso hacia los motores moleculares artificiales

SINC | 08 noviembre 2012

Un estudio publicado en *Science* demuestra que es posible usar la energía del movimiento de una molécula de hidrógeno para mover una máquina mecánica.
Procesos como el movimiento de los fluidos, la intensidad de las señales electromagnéticas y la composición química están sujetos a fluctuaciones aleatorias que se conocen como ruido. Se sabe que se puede recolectar la energía procedente de este ruido, ya que en la naturaleza se dan procesos en los que eso ocurre.
Ahora, un equipo de científicos liderados por el español José Ignacio Pascual, responsable del grupo de nanoimagen del centro CIC nanoGUNE de San Sebastián, ha descubierto que el movimiento aleatorio −el ruido− de una molécula de hidrógeno puede causar el movimiento periódico de un oscilador mecánico.
«Esto significa que la molécula más pequeña posible, la de hidrógeno, está "empujando" un oscilador diez trillones de veces más masivo», explica Pascual.
Según Felix von Oppen, otro de los autores del trabajo, «un aspecto prometedor de los resultados es que podrían ser considerados en el diseño de motores moleculares artificiales que extraerían la energía de ambientes con ruido».

EMPRENDEDORES

Experimento de la gravedad en la expedición Malaspina

SINC | 22 diciembre 2013

La gran expedición científica ilustrada española en aguas del Pacífico fue la de Alejandro Malaspina y su colega José de Bustamante y Guerra. Entre 1788 y 1794 cartografiaron muchas de las islas y costas pacíficas. Los naturalistas de su tripulación recogieron un inventario de 14 000 plantas y más de 500 especies animales, además de efectuar investigaciones astronómicas y mediciones de la gravedad en lugares tan lejanos como Nueva Zelanda.
Esto, por ejemplo, lo hicieron con un péndulo en un fiordo de Nueva Zelanda, donde el nombre de algunos de sus puntos geográficos recuerdan aquella visita (Bauza Island −en honor al cartógrafo Felipe Bauza−, Febrero Point, Malaspina Reach, Péndulo Reach).

http://goo.gl/2Ukmda

Un cuerpo se mueve con **movimiento oscilatorio** o **vibratorio** cuando lo hace periódicamente a un lado y a otro de su posición inicial o de equilibrio.
Si este movimiento puede expresarse mediante funciones armónicas (como seno o coseno), se trata de un **movimiento vibratorio armónico simple (MAS)**.

Cinemática del MAS

Ecuación de la posición: $x = A\,\text{sen}(\omega t + \varphi)$

- x es la elongación, A es la amplitud o elongación máxima, ω es la frecuencia angular o pulsación, y φ es la fase inicial o constante de fase.
- $\omega t + \varphi$ es la fase, y determina el estado de vibración.
- Para un MAS concreto A, ω y φ son las constantes del MAS.
- La frecuencia y el período de la oscilación se relacionan con la frecuencia angular mediante:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

Ecuación de la velocidad: $v = A\,\omega\cos(\omega t + \varphi) = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$
El módulo de la velocidad es máximo en la posición de equilibrio y mínimo en los extremos.

Ecuación de la aceleración: $a = -A\,\omega^2\,\text{sen}\,(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$
La aceleración es proporcional a la elongación y de sentido contrario a ella.

Dinámica del MAS

Una partícula se mueve con MAS cuando sobre ella actúa una fuerza restauradora o recuperadora, proporcional a la elongación y de sentido contrario $(F = -k\,x)$.

La frecuencia angular del MAS es: $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

Energía del MAS

Energía cinética: $E_c = \dfrac{1}{2}k\,A^2\cos^2(\omega t + \phi) = \dfrac{1}{2}k\,(A^2 - x^2)$

Energía **potencial**: $E_p = \dfrac{1}{2}k\,A^2\text{sen}^2(\omega t + \phi) = \dfrac{1}{2}k\,x^2$

Conservación de la energía mecánica

En ausencia de rozamiento: $E = E_c + E_p = \dfrac{1}{2}k\,A^2 = \text{cte}$

Ejemplos de osciladores armónicos

Masa unida a un resorte vertical

La frecuencia de oscilación es: $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

Péndulo simple

Para pequeñas oscilaciones y valores grandes de la longitud del péndulo, L, el período de oscilación es: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$

Para finalizar

1. Un objeto sigue un MAS. Cuando está a $3{,}0$ cm de la posición de equilibrio su velocidad es de $6{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, mientras que si la distancia es de $5{,}0$ cm, su velocidad es de $2{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. **Determina** la amplitud del movimiento y su frecuencia.

2. La energía mecánica de una partícula que realiza un movimiento armónico simple a lo largo del eje X y en torno al origen vale $3 \cdot 10^{-5}$ J, y la fuerza máxima que actúa sobre ella es de $1{,}5 \cdot 10^{-3}$ N.

   a. **obtén** la amplitud del movimiento.

   b. si el período de la oscilación es de 2 s y en el instante inicial la partícula se encuentra en la posición $x = 2$ cm, escribe la ecuación del movimiento.

3. Un cuerpo de 5 kg oscila unido a un muelle horizontal con una amplitud de 4 cm. Su aceleración máxima es de $24\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. **Halla** la constante elástica, la frecuencia y el período del movimiento.

4. Una partícula de $1{,}0$ g de masa inicia un MAS en el punto de máxima elongación, que está a $1{,}0$ m del origen. El tiempo que tarda la partícula en alcanzar el origen es de $0{,}25$ s. **Calcula** la pulsación del movimiento y la fuerza que actúa sobre la partícula transcurridos $0{,}10$ s desde el instante inicial.

5. **Justifica** cómo variarían las magnitudes de la ecuación del MAS si se duplicaran, simultáneamente, el período del movimiento y la energía mecánica de la partícula.

6. Un bloque de $0{,}12$ kg, situado sobre una superficie horizontal lisa y unido al extremo de un resorte, oscila con una amplitud de $0{,}20$ m.

   a. Si la energía mecánica del bloque es de $6{,}0$ J, **determina** razonadamente la constante elástica del resorte y la frecuencia de las oscilaciones.

   b. **Calcula** los valores de la energía cinética y de la energía potencial cuando el bloque se encuentra a $0{,}10$ m de la posición de equilibrio.

7. Un cuerpo de 80 g, unido al extremo de un resorte horizontal, describe un movimiento armónico simple con una amplitud de 5 cm.

   a. **escribe** la ecuación de movimiento del cuerpo, sabiendo que su energía cinética máxima es de $2{,}5 \cdot 10^{-3}$ J y que en el instante $t = 0$ el cuerpo pasa por su posición de equilibrio.

   b. **representa** gráficamente la energía cinética del cuerpo en función de la posición e indica el valor de la energía mecánica. Describe las transformaciones energéticas que tienen lugar.

8. Una persona de masa m practica puenting con una cuerda elástica de constante $800\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$. Una vez que se ha tirado, queda oscilando armónicamente con una frecuencia de $0{,}50$ Hz. **Halla** m y la distancia que se ha estirado la cuerda con respecto a su longitud natural en la posición de equilibrio.

9. **Calcula** el período de oscilación de un cuerpo de masa M que vibra colgado de dos muelles iguales de constante elástica k, colocados paralelamente.

10. Una nave espacial se aleja de la Tierra con una aceleración igual a 3 g. Dentro de la nave se encuentra un péndulo que, en la superficie de la Tierra, **realiza** media oscilación cada segundo.

    ¿Cuál será el período del péndulo en la nave?

    Argumenta si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones acerca del MAS:

    a. la frecuencia no depende de la amplitud.

    b. la energía total es proporcional al cuadrado de la amplitud.

    c. el movimiento de un péndulo es un MAS para cualquier desplazamiento angular inicial.

    d. la energía cinética es igual a la mitad de la energía potencial cuando el oscilador se encuentra en el punto medio entre la posición de equilibrio y uno de los extremos.

11 **Consulta** la simulación cuyo enlace aparece a continuación para saber cómo dependen las magnitudes del MAS de las condiciones iniciales y explícalo en tu cuaderno: http://goo.gl/KizjY1

12 Un objeto oscila con una amplitud de $6,0\ \mathrm{cm}$ unido a un muelle horizontal de constante $2,0\ \mathrm{kN} \cdot \mathrm{m}^{-1}$. Su velocidad máxima es de $2,20\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$. **Halla** la masa del objeto y la frecuencia y el período del movimiento.

13 Un bloque de $0,50\ \mathrm{kg}$ se encuentra sobre una superficie horizontal sin rozamiento, sujeto al extremo de un resorte de constante elástica $200\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^{-1}$. Se tira del bloque hasta alargar el resorte $10\ \mathrm{cm}$ y se suelta. **Escribe** la ecuación de movimiento del bloque.

14 Un cuerpo unido a un muelle horizontal oscila con un período de $0,4\ \mathrm{s}$. Si el cuerpo se suspende verticalmente del muelle, ¿en cuánto se alargará el muelle respecto a su longitud natural cuando el cuerpo esté en equilibrio?

15 Un bloque de madera está sujeto a un muelle y oscila sobre una superficie horizontal lisa con un período de $0,8\ \mathrm{s}$. Un segundo bloque descansa en su parte superior. El coeficiente de rozamiento estático entre los bloques es de $0,25$.

a. si la amplitud de oscilación es de $1\ \mathrm{cm}$, ¿deslizará el bloque situado arriba?

b. ¿Cuál es la mayor amplitud de oscilación para la cual no se desliza el bloque situado en la parte superior?

16 Razona si las siguientes afirmaciones relativas al movimiento armónico simple son verdaderas o falsas:

a. la amplitud y la frecuencia aumentan si incrementa la energía mecánica.

b. la energía mecánica de la partícula se duplica si también se duplica la frecuencia del movimiento.

c. la amplitud y la frecuencia no varían cuando disminuye la masa oscilante.

d. la energía mecánica de un oscilador armónico se cuadruplica al duplicar la amplitud de la oscilación.

e. si un oscilador armónico se halla en un instante en la posición $x = A/2$, la relación entre las energías cinética y potencial es $E_c = 3E_p$.

17 Una pieza de queso de $3\ \mathrm{kg}$ se deposita sobre una báscula mecánica cuya constante recuperadora es de $2\ \mathrm{kN} \cdot \mathrm{m}^{-1}$, de modo que oscila con una energía total de $0,9\ \mathrm{J}$. **Determina**: a. la amplitud del movimiento; b. la velocidad máxima.

18 Una partícula de $5,0\ \mathrm{g}$ está sometida a una fuerza $F = -k\,x$. En el instante $t = 0$, pasa por $x = 0$ con una velocidad de $1,0\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$. La frecuencia del movimiento es de $2/\pi\ \mathrm{Hz}$. **Calcula** el valor de la aceleración en el punto de máxima elongación y la energía cinética en cualquier instante.

AUTOEVALUACIÓN

Reflexiona y **autoevalúate** en tu cuaderno:

- Trabajo personal

¿Cómo ha sido mi actitud frente al trabajo? | ¿He cumplido mis tareas? | ¿Qué aprendí en esta unidad?

- Trabajo en equipo

¿He compartido con mis compañeros y compañeras? | ¿He respetado las opiniones de los demás?

- **Escribe** la opinión de tu familia.

- **Pide** a tu profesor o profesora sugerencias para mejorar y **escríbelas**.

Proyecto

DETERMINACIÓN DE LA ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD EN ECUADOR

ELEGIMOS:

Alguna vez te has preguntado cómo poder determinar experimentalmente la aceleración de la gravedad en una determinada región con la ayuda de un péndulo.

Uno de los movimientos analizados en el presente libro es el movimiento armónico simple (MAS) y en él puedes analizar la expresión que relaciona el período de oscilaciones del mismo con su longitud y la aceleración de la gravedad.

En este proyecto investigarás cómo determinar el valor local de la aceleración de la gravedad con la ayuda de un péndulo.

PLANIFICAMOS

El período de oscilación de un péndulo viene dado por la expresión:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Donde:

T: Período de oscilación

L: Longitud del hilo

G: Aceleración de la gravedad

El periodo es igual al tiempo (t) que tarda el péndulo en dar una oscilación completa (n):

$$T = \frac{t}{n}$$

Materiales:

- Hilo
- Cuerpo que no sea muy ligero
- Cronómetro


https://goo.gl/sC6thr

DESARROLLAMOS

- Organiza las actividades que debes desarrollar para medir las magnitudes que aparecen en la tabla.

LONGITUD DEL HILO, $L\ (m)$	PERÍODO, $T(s)$	TIEMPO QUE DEMORA EN EFECTUAR n OSCILACIONES, $t\ (s)$	Valor mas probable $(\bar{T})$
L_1	T_1		
L_2	T_2		$\bar{T}$
L_n	T_n		

- **Comprueba** la posible relación entre las variables L y T^2.

- **Realiza** un gráfico de $L = f_{(T^2)}$

- **Analiza** si puedes realizar un análisis por regresión lineal y cómo a partir del gráfico puedes determinar la aceleración de la gravedad.

- **Realiza** un análisis de todo el trabajo y preséntalo en un informe escrito.

http://goo.gl/a5O7or

Un alto en el camino

1. Desde una altura de 2,8 m se deja caer una bola de 0,55 kg sobre una superficie de arena. La bola penetra 12 cm en la arena hasta detenerse.

   Utilizando las ecuaciones del MRUA, **halla** la energía cinética de la bola justo antes de llegar a la arena y la fuerza, supuesta constante, que ejerce la arena sobre la bola para detenerla.

2. ¿Depende la energía cinética de la dirección y el sentido del desplazamiento de un móvil? ¿Y del sistema de referencia inercial? ¿Es válido el teorema de las fuerzas vivas al cambiar de sistema de referencia inercial?

3. Un helicóptero rescata a una mujer de 60 kg situada en el mar a 10 m por debajo del helicóptero, elevándola con un cable. Si la fuerza del cable es de 700 N, ¿qué velocidad tiene la mujer en el instante justo anterior a llegar al helicóptero?

4. ¿Qué se entiende, en física, por energía potencial?

5. **Calcula** la diferencia de energía potencial gravitatoria de una mujer de 65 kg a orillas del lago Titicaca (altitud: 3 810 m) con respecto a la que tiene si está en el Machu Picchu (altitud: 2 430 m).

   a. El potencial eléctrico que crea una carga puntual $Q = +5{,}0\ \mu C$ en un punto en el vacío a 5,0 m de distancia.

   b. La energía potencial eléctrica que adquiere una carga puntual $q = +2{,}0\ \mu C$ en este punto.

6. ¿Cuánto vale la energía potencial elástica de un muelle que no está alargado ni comprimido?

7. Razona si es posible que la diferencia de potencial entre dos puntos del espacio sea igual a cero.

8. ¿Puede haber distintos puntos del espacio en los que un cuerpo tenga igual valor de la energía potencial? **Indica** algún ejemplo.

   ¿Qué es una fuerza conservativa? **Cita** un ejemplo de fuerza conservativa y otro de fuerza no conservativa.

9. **Calcula** el trabajo que debes realizar para tender 8,0 kg de ropa al sol, si el cable de colgar la ropa está a 1,6 m del suelo. ¿En qué se invierte este trabajo?

10. Para sacar 30 l de agua del interior de un pozo, se ha llevado a cabo un trabajo de 1,47 kJ. **Calcula** la profundidad del pozo y el valor de la energía potencial gravitatoria del agua en su interior, si tomamos el origen de energía en la boca del pozo.

11. Un resorte de un juguete se comprime una longitud de 3 cm, utilizando una energía E. ¿Cuánto valdrá la deformación en el caso de que la energía sea la mitad que antes? Razona tu respuesta.

12. Una caja de sorpresas tiene tres peluches, cada uno unido a un muelle de $k = 90\ N \cdot m^{-1}$. ¿Cuánta energía elástica contiene la caja cerrada, si cada muelle está comprimido 12 cm ?

13. Un cuerpo de 2,0 kg se encuentra sobre una mesa plana y horizontal sujeto a un muelle de constante elástica $15\ N \cdot m^{-1}$. Se desplaza el cuerpo 2,0 cm de la posición de equilibrio y se libera.

    a. **Explica** cómo varían las energías cinética y potencial del cuerpo e indica a qué distancia de su posición de equilibrio ambas energías tienen igual valor.

    b. **Calcula** la máxima velocidad que alcanza el cuerpo.

14 Una carga eléctrica positiva se mueve en un campo eléctrico uniforme. Razona cómo varía su energía potencial electrostática si lo hace:

a. En la misma dirección y el mismo sentido del campo eléctrico. ¿Y si se mueve en sentido contrario?

b. En dirección perpendicular al campo eléctrico. ¿Y si la carga describe una circunferencia y vuelve al punto de partida?

15 Dos cargas eléctricas puntuales, positivas e iguales están situadas en los puntos A y B de una recta horizontal. **Contesta** razonadamente si:

a. El potencial puede ser nulo en algún punto del espacio que rodea a ambas cargas.

b. Al separar las cargas a una distancia doble de la inicial, se reduce a la mitad la energía potencial del sistema.

16 Una carga Q crea un campo eléctrico. Se sabe que en un punto A el potencial eléctrico es menor que en un punto B y que el punto A está más alejado que el B de la carga Q. Razona:

a. Si la energía potencial electrostática de una carga q aumenta o disminuye al pasar de A a B.

b. Cuál es el signo de la carga Q.

17 Dos cargas eléctricas puntuales $q_1 = 2 \cdot 10^{-6}$ C y $q_2 = -4 \cdot 10^{-6}$ C están separadas 0,1 m.

a. Si la energía potencial electrostática de una carga q aumenta o disminuye al pasar de A a B.

b. Cuál es el signo de la carga Q.

Un cuerpo, situado sobre una superficie horizontal lisa y unido al extremo de un resorte, efectúa un movimiento armónico simple y los valores máximos de su velocidad y aceleración son, respectivamente, $0{,}60\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ y $7{,}2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

a. **Determina** el período y la amplitud del movimiento.

b. Razona cómo variaría la energía mecánica del cuerpo si se duplicara: 1. la frecuencia; 2. la aceleración máxima.

18 Un bloque de 3,0 kg se halla en la parte superior de un plano inclinado rugoso de 4,0 m de altura. Al liberar el bloque, se desliza por el plano inclinado y llega al suelo con una velocidad de $5{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

a. **Analiza** las transformaciones energéticas que tienen lugar y representa gráficamente las fuerzas que actúan sobre el bloque.

b. **Determina** el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria y por la fuerza de rozamiento.

19 En un almacén de mercancías, un bloque de 150 kg asciende con velocidad constante por un plano inclinado 30° respecto de la horizontal bajo la acción de una fuerza paralela al plano. El coeficiente de rozamiento bloque-plano vale 0,20.

- **Halla** la fuerza aplicada y el aumento de energía potencial del bloque si se desplaza 2,0 m.

20 Una partícula se mueve bajo la acción de una fuerza conservativa. Razona si aumenta o disminuye su energía potencial. ¿Y su energía cinética?

21 Una chica golpea una pelota de tenis de 57 g y le comunica una velocidad de $10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. **Calcula**:

a. La energía mecánica de la pelota.

b. La altura máxima a la que llega si su velocidad inicial forma un ángulo de 45° con la vertical.

c. El máximo valor de energía potencial gravitatoria que adquiere.

d. La energía mecánica de la pelota al golpear el suelo.

Anexos

goo.gl/hmYFue

UNIDADES CON NOMBRE ESPECIAL (MAGNITUDES DERIVADAS)

- **Hertz o hercio** (Hz). Unidad de **frecuencia**.

  Definición: un **hercio** es un ciclo por segundo.

- **Newton (N)**. Unidad de **fuerza**.

  Definición: un newton es la fuerza necesaria para proporcionar una **aceleración de 1 m/s^2** a un objeto cuya **masa** sea de **1 kg**.

- **Pascal (Pa)**. Unidad de **presión**.

  Definición: un pascal es la presión normal (perpendicular) que una fuerza de un newton ejerce sobre una superficie de un metro cuadrado.

- **Julio o Joule** (J). Unidad de **trabajo** y **energía**.

  Definición: un julio es el trabajo realizado por una fuerza de 1 newton para desplazar 1 m en la dirección de la fuerza a un objeto cuya masa sea de **1 kg**.

- **Vatio (W)**. Unidad de **potencia**.

  Definición: un vatio es la potencia que genera una energía de un julio por segundo. En términos eléctricos, un vatio es la potencia producida por una diferencia de potencialde un voltio y una corriente eléctrica de un amperio.

- **Culombio** (C). **Unidad** de **carga eléctrica**.

  Definición: un culombio es la cantidad de electricidad que una corriente de un amperio de intensidad transporta durante un segundo.

- **Voltio (V)**. **Unidad de potencial eléctrico** y **fuerza electromotri**z.

  Definición: diferencia de potencial a lo largo de un conductor cuando una corriente eléctrica de una intensidad de un amperio utiliza un vatio de potencia.

- **Ohmio (Ω). Unidad de resistencia eléctrica**.

  Definición: un ohmio es la resistencia eléctrica existente entre dos puntos de un conductor cuando -en ausencia de fuerza electromotriz en éste- una diferencia de potencial constante de un voltio aplicada entre esos dos puntos genera una corriente de intensidad de un amperio.

- **Siemens (S). Unidad de conductancia eléctrica**.

  Definición: un siemens es la conductancia eléctrica existente entre dos puntos de un conductor de un ohmio de resistencia.

- **Faradio (F). Unidad de capacidad eléctrica**.

  Definición: un faradio es la capacidad de un conductor que con la carga estática de un culombio adquiere una diferencia de potencial de un voltio.

- **Tesla (T). Unidad de densidad de flujo magnético e intensidad de campo magnético**.

  Definición: un tesla es una inducción magnética uniforme que, repartida normalmente sobre una superficie de un metro cuadrado, a través de esta superficie produce un **flujo magnético** de un weber.

- **Weber (Wb)**. Unidad de flujo magnético.

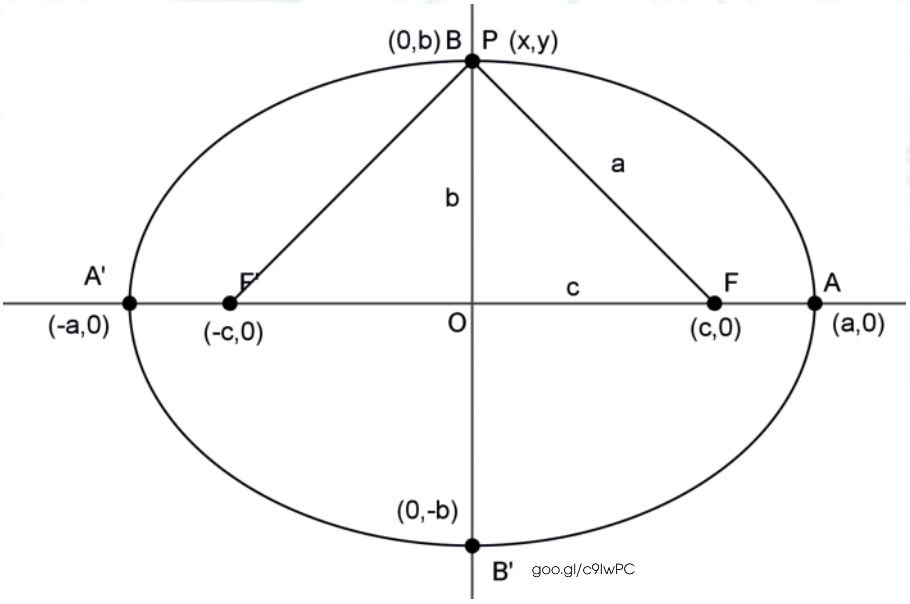
  Definición: un weber es el flujo magnético que al atravesar un circuito uniespiral genera en éste una fuerza electromotriz de un voltio si se anula dicho flujo en un segundo por decrecimiento uniforme.

- **Henrio** (H). Unidad de **inductancia**.

  Definición: un henrio es la inductancia de un circuito en el que una corriente que varía a razón de un amperio por segundo da como resultado una fuerza electromotriz autoinducida de un voltio.

- **Radián** (rad). Unidad de **ángulo plano**.

  Definición: un radián es el ángulo que limita un arco de circunferencia cuya **longitud** es igual al radio de la circunferencia.



Definición de elipse.- La elipse es una figura geométrica plana, curva y cerrada, con dos ejes perpendiculares desiguales (eje mayor y eje menor), que resulta de cortar la superficie de un cono por un plano no perpendicular a su eje, y que tiene la forma de un círculo achatado.

La elipse es el lugar geométrico de todos los puntos de un plano, tales que la suma de las distancias a otros dos puntos fijos llamados focos es constante.

Los focos de la elipse son dos puntos equidistantes del centro, *F1 y F2* (foco 1 y foco 2) en el eje mayor.

En una elipse, se cumple, que la suma de las distancias desde cualquier punto P de la elipse a los dos focos es constante, e igual a la longitud del diámetro mayor

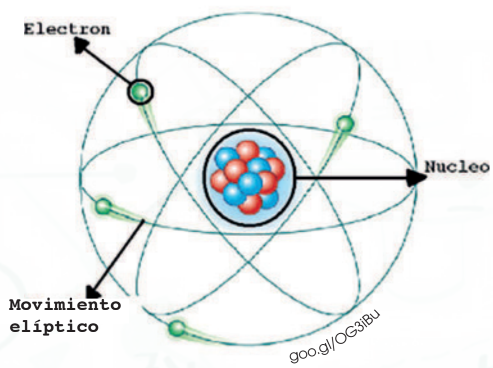
$d(P,F_1)+d(P,F_2)=2a.$

Ejemplos de movimientos elípticos:

- Las órbitas que describen los planetas en su trayectoria alrededor del Sol son elipses"

- Un modelo atómico llamado ***Modelo atómico de Sommerfeld***, propuesto por el Físico alemán Arnold Sommerfeld, propone que los electrones se mueven alrededor del núcleo atómico, mediante movimientos elípticos.

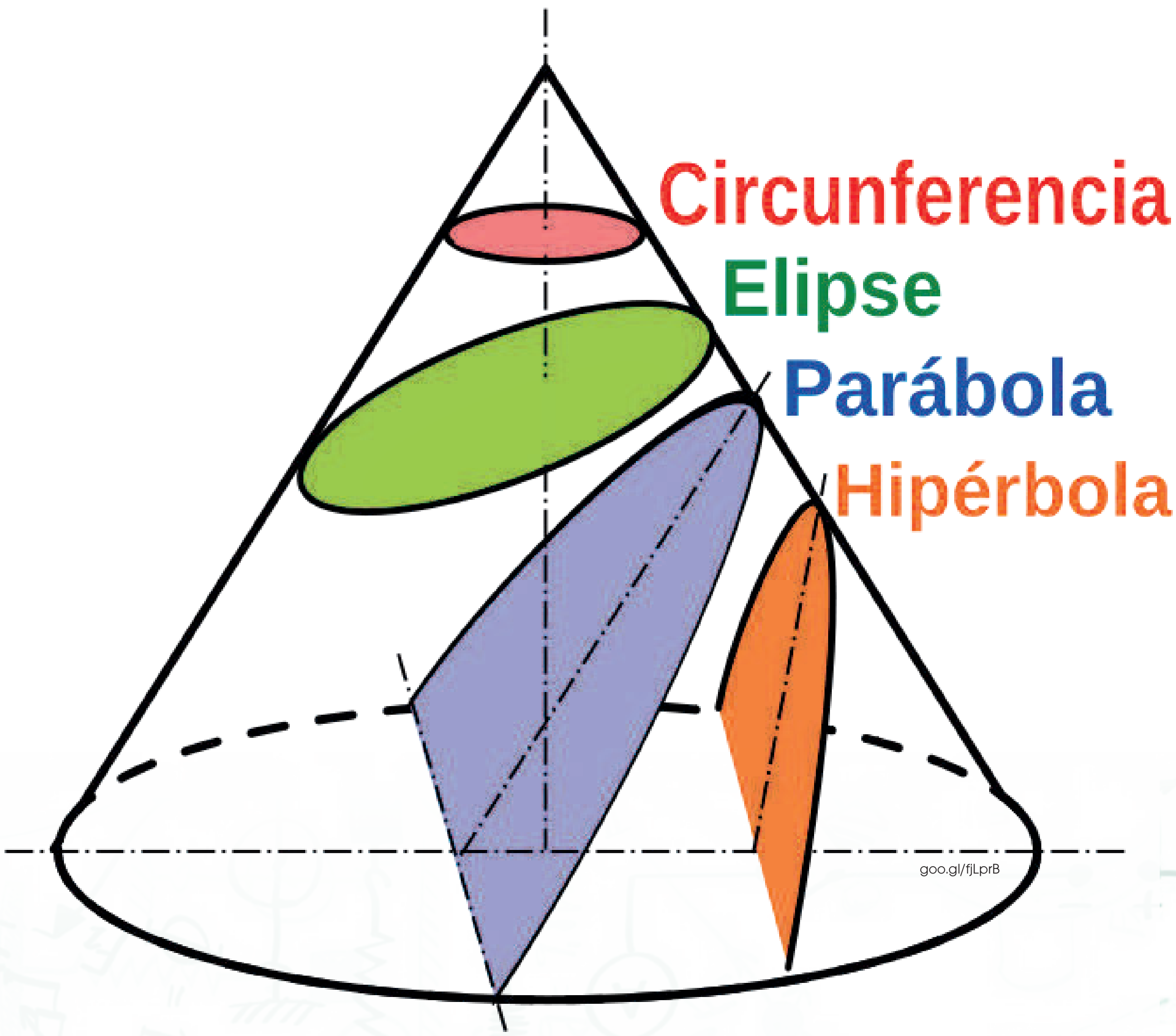
  Es el gráfico más famoso de un modelo atómico usado en logotipos de productos, comics, series de televisión, etc.

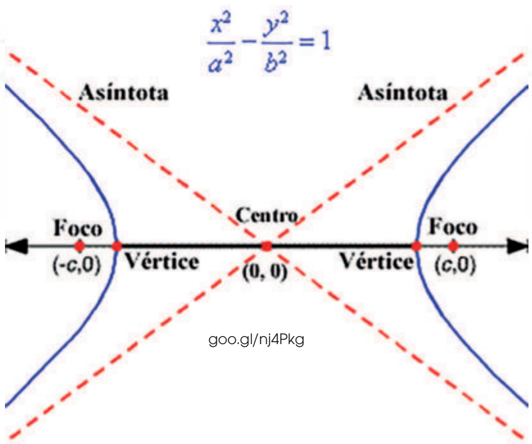


Movimiento hiperbólico

Definición de hipérbola.- La hipérbola es una figura geométrica plana, curva y abierta, con dos ejes perpendiculares desiguales (eje mayor y eje menor), que resulta de cortar la superficie de un cono por un plano oblicuo al eje de simetría.

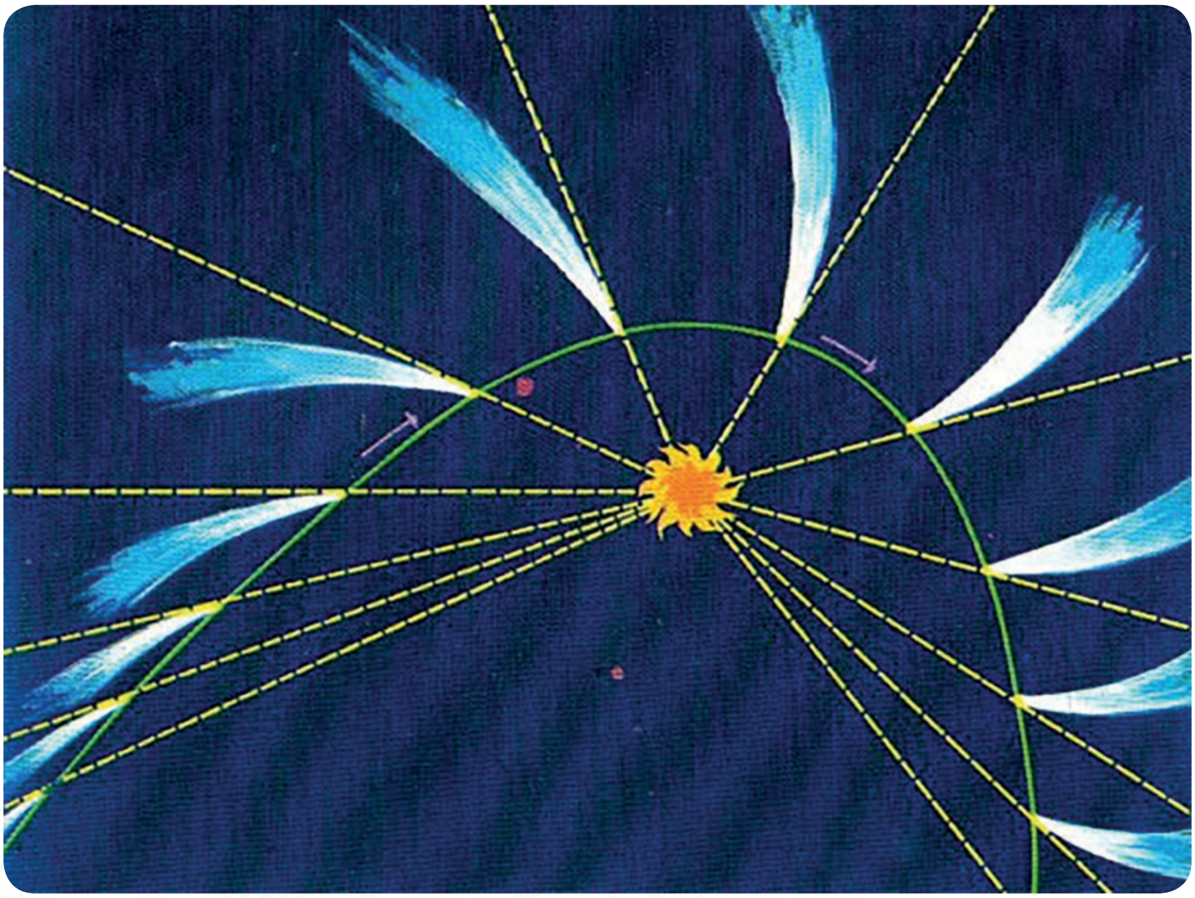
Una hipérbola es el lugar geométrico de todos los puntos de un plano, tales que el valor absoluto de la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos, que son llamados focos, es igual a la distancia entre los vértices y es una constante mayor a cero.





Ejemplos de movimientos hiperbólicos:

- Trayectoria de algunos cometas.- Un cuerpo celeste que provenga del exterior del sistema solar y que sea atraído por el Sol, describirá una trayectoria hiperbólica, teniendo como un foco al Sol y saldrá nuevamente del sistema solar.



goo.gl/fB5Lcz

goo.gl/r12rgK

Archivo fotográfico edebé.

El universo se expande, ¿a qué velocidad?

En 1929, Edwin Hubble anunció el descubrimiento de que, en cualquier dirección que se observe, las galaxias se alejan de nosotros. Hubble había observado distintas líneas espectrales conocidas en diferentes galaxias y se había dado cuenta de que siempre aparecían desplazadas hacia la parte más roja del espectro. Este hecho lo interpretó correctamente como un efecto Doppler debido al alejamiento (recesión). Además, había una correlación inversa entre el brillo de la galaxia y la magnitud del desplazamiento al rojo, lo que implicaba que las galaxias más lejanas son también las que se alejan a mayor velocidad.

Así, la cosmología científica nació con la ley de Hubble, la primera observación con significado puramente cosmológico. Hubble obtuvo una relación lineal entre el desplazamiento al rojo z (observado en la luz proveniente de las galaxias) y la distancia D (a la que se encuentran):

$$c\,z = H_0\,D$$

donde c es la velocidad de la luz y H_0 es la constante de Hubble, expresada habitualmente en $km \cdot s^{-1} \cdot Mpc^{-1}$.

El pársec o parsec (símbolo pc) es una unidad de longitud utilizada en astronomía.

$$1\ pc = 206\,265\ ua = 3{,}2616\ \text{años luz} = 3{,}0857 \cdot 10^{16}\ m$$

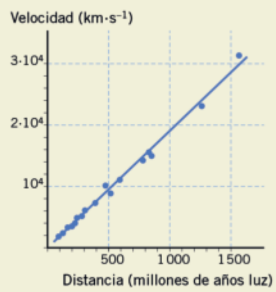
Kilopársec (kpc): mil pársecs, **3 262 años luz.**

Megapársec (Mpc): un millón de pársecs, distancia equivalente a unos **3,26 millones de años luz.**

La ley de Hubble es una relación aproximada para pequeños desplazamientos al rojo, pero podría implicar, por extrapolación, una relación lineal entre la velocidad y la distancia, que se cumpliera para cualquier distancia considerada. Este hecho se interpreta considerando que el universo está en expansión, según una ley de la forma: $v = H_0\,D$, conocida como relación **velocidad-distancia.**

La constante de Hubble (H_0) indica el ritmo de expansión del universo. Es un número muy importante en cosmología, ya que se utiliza para estimar el tamaño y la edad del universo.

Su valor se calcula a partir de las velocidades de recesión, v, y las distancias, D, de las galaxias: $H_0 = v/D$, cuyos valores son difíciles de medir, pues, para calcular H_0 con precisión, es necesario utilizar galaxias suficientemente lejanas como para que cualquier movimiento, debido a interacciones gravitatorias con galaxias o cúmulos de galaxias cercanos, sea suficientemente pequeño.



La ley de la **velocidad-distancia** es la única relación posible que produce una expansión, que no cambia la forma de las estructuras en el universo y que, además, es compatible con una visión donde nuestra posición en el universo no es de particular importancia: todos los observadores, en cualquier lugar del universo, verán el mismo tipo de ley.

— Investiga cuál es el valor propuesto en los últimos años para la constante de Hubble, H_0.

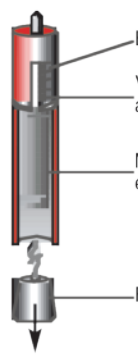
— Conéctate a la página http://links.edebe.com/mwr33 y practica con el modelo de universo que propone. Explica su fundamento.

El dinamómetro

Es un instrumento utilizado para medir la intensidad de las fuerzas que se basa en la ley de Hooke. Consiste en un tubo en cuyo interior se encuentra un muelle elástico.

El alargamiento que el muelle experimenta al aplicar una fuerza en su extremo es proporcional a dicha fuerza.

El valor de la fuerza se lee en una escala graduada incorporada al aparato.



Las fuerzas de la naturaleza

¡Disfruta del vídeo «In Search of Giants – Part 2 – The forces of nature», en **http://youtu.be/nNNwyplykcw**!

Conocerás las partículas fundamentales de la naturaleza y, además, descubrirás que las fuerzas son el origen del cambio en el universo.

A lo largo del vídeo, se muestran ejemplos en los que se manifiestan las cuatro fuerzas de la naturaleza.

FUERZAS FUNDAMENTALES	INTENSIDAD	ALCANCE	DESCRIPCIÓN
Nuclear fuerte	1	10^{-15} m	Mantiene unidos a los protones en el núcleo.
Electromagnética	1/137	infinito	Responsable de la impenetrabilidad de los objetos y de la estructura de átomos y moléculas, así como de las reacciones químicas y procesos biológicos.
Nuclear débil	10^{-6}	10^{-18} m	Responsable de la desintegración de algunos núcleos y de la producción de energía de las estrellas.
Gravedad	$6 \cdot 10^{-39}$	infinito	Responsable de la estructura del universo, el sistema solar, de las mareas...

— Confecciona una tabla de doble entrada *(Tipo de fuerza / Ejemplos)* y clasifica los ejemplos que aparecen en el vídeo según el tipo de fuerza. Piensa en algún ejemplo más e inclúyelo en la tabla.

— Prepara una pequeña presentación (de 10 minutos como máximo) en la que expliques las características principales de cada fuerza y acompáñala de los ejemplos que has recopilado.

— Explica con tus propias palabras qué hace que, por ejemplo, puedas sostener una cuchara en tu mano y que puedas verla.

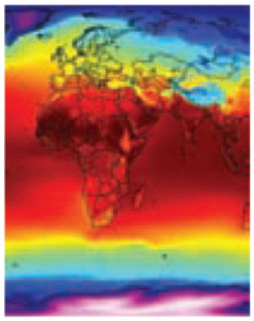
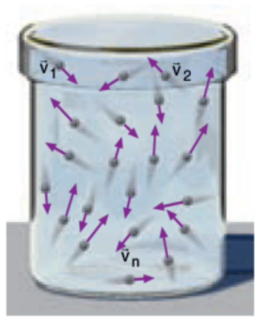
Archivo fotográfico edebé.

3. Concepto de campo

Sabemos que el Sol ejerce una fuerza de atracción gravitatoria sobre los planetas que giran a su alrededor. Ésta es una **fuerza a distancia,** pues no hay contacto entre las masas que interaccionan.

Para explicar estas fuerzas a distancia admitimos que el Sol perturba de algún modo el espacio que lo rodea, de manera que sobre los cuerpos situados a su alrededor se manifiestan fuerzas.

*Llamamos **campo** a la perturbación real o ficticia del espacio determinada por la asignación a cada punto del valor de una magnitud.*

Campos escalares	Campos vectoriales
Campos en los que la magnitud característica viene representada por un escalar. *Ejemplo:* un mapa de temperaturas. 	Campos en los que la magnitud característica viene representada por un vector. *Ejemplo:* la función que nos da las velocidades de las moléculas de un gas en un recipiente cerrado. 

FÍJATE

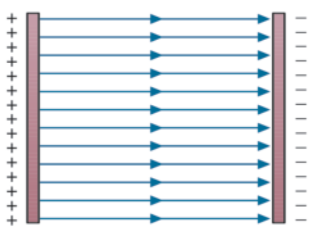
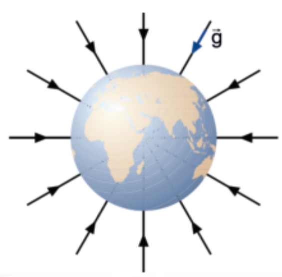
El concepto de **campo** se introdujo en la física a raíz de la descripción de las interacciones electromagnéticas, hecha por el físico y químico inglés M. Faraday (1791-1867), mediante líneas de campo. Posteriormente, el concepto se extendió a la interacción gravitatoria.

3.1. *Campos de fuerza*

El Sol o la Tierra perturban el espacio que los rodea creando a su alrededor un *campo de fuerzas.*

*Decimos que existe un **campo de fuerzas** en un lugar del espacio si, al colocar en él un cuerpo de prueba, éste queda sometido a una fuerza.*

Dos ejemplos de campos de fuerza son:

Campos uniformes	Campos centrales
En ellos los vectores fuerza tienen el mismo módulo, dirección y sentido en todos los puntos del espacio. *Ejemplo:* el campo eléctrico que existe entre las placas de un condensador plano. 	En ellos las direcciones de todos los vectores fuerza convergen en un mismo punto, llamado *centro del campo.* El módulo del vector fuerza depende únicamente de la distancia del punto considerado al centro del campo. *Ejemplo:* el campo gravitatorio de la Tierra. 

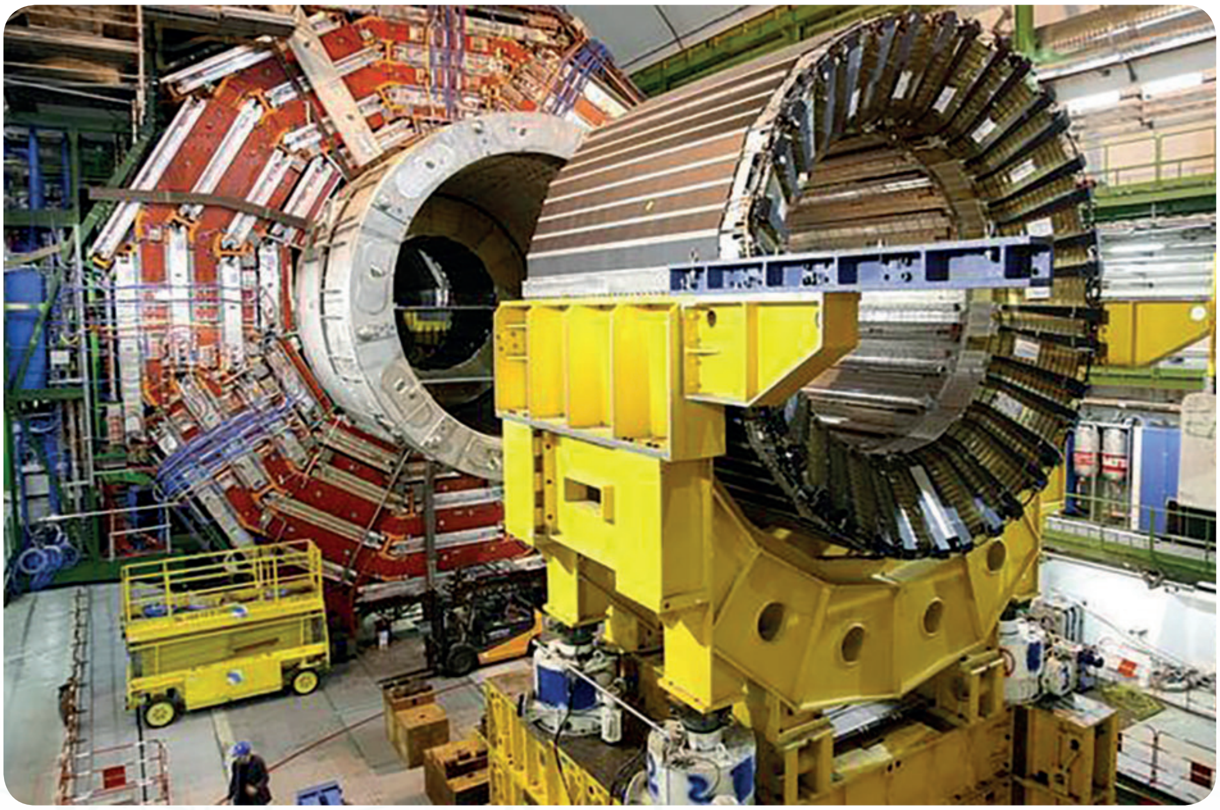
Archivo fotográfico edebé.

El Bosón de Higgs y el Modelo estándar de la física de partículas

El bosón de Higgs es un tipo de partícula elemental que se cree tiene un papel fundamental en el mecanismo por el que se origina la masa de las partículas elementales.

Sin masa, el Universo sería un lugar muy diferente. Si el electrón no tuviera masa no habría átomos, con lo cual no existiría la materia como la conocemos, por lo que tampoco habría química, ni biología ni existiríamos nosotros mismos.

Para explicar por qué unas partículas tienen masa y otras no, varios físicos, entre ellos el británico **Peter Higgs** postuló en ***los años 60*** del siglo XX un mecanismo que se conoce como el "**campo de Higgs**". Al igual que el fotón es el componente fundamental de la luz, el campo de Higgs requiere la existencia de una partícula que lo componga, que los físicos llaman "bosón de Higgs". Ésta es la última pieza que f completa el ***Modelo Estándar de Física de Partículas***, que describe todo lo que sabemos de las partículas elementales que forman todo lo que vemos y cómo interaccionan entre ellas.



goo.gl/MHzkRv

- **Basílica de Brasilia**.- En esta construcción se utilizó la figura de un hiperboloide (que resulta de girar a una rama de la hipérbole, respecto a un eje), construida en hormigón. Representan dos manos moviéndose hacia el cielo.

ISBN: 978-9942-23-019-5
9789942230195

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Toda una Vida

EL GOBIERNO DE TODOS

@MinisterioEducacionEcuador @Educacion_EC /MinEducacionEcuador /Educacionecuador

www.educacion.gob.ec

Información: 1800 EDUCACIÓN (338222) o info@educacion.gob.ec